Combinatorial Choice and Limited Attention

Hadi Pahlevan Yazdanabad[1] | h.pahlevan@imps.ac.ir
Mohammad Hoseini[2] | mo.hoseini@imps.ac.ir
Mehdi Fadaee[3] | m.fadaee@imps.ac.ir

Received: 12/10/2022 | Accepted: 01/02/2023

Abstract Combinatorial choice models are based on the implicit assumption that decision-makers consider all possible combinations that can be made by the options in a given set. Therefore, these models assumed that the chosen combination is the most preferable combination. However, decision-makers may not consider all possible combinations due to the limited attention. Thus, the chosen combination is not necessarily the best. This paper presents a model that can explain such choice behaviors. After presenting the model, we investigate its revealed preference implications and explain how one can make inferences about individuals' preferences considering their choices in the new context. Finally, for the model to be testable, we present its characterizing axiom and show that it is equivalent to the model.

Keywords: Combinatorial Choice, Limited Attention, Revealed Preferences, Choice Theory, Axiom of Choice.

JEL Classification: D01, D81, D91.

1. Ph.D. Student of Economics, Institute for Management and Planning Studies, Tehran, Iran (Corresponding Author).
2. Assistant Professor, Department of Economics, Institute for Management and Planning Studies, Tehran, Iran.
3. Assistant Professor, Department of Economics, Institute for Management and Planning Studies, Tehran, Iran.

The Journal of PLANNING & BUDGETING | Vol. 27 | No. 4 | Winter 2023 | PP 3-22 | doi 10.52547/jpbud.27.4.3 | ISSN: 2251-9092

انتخاب ترکیبی و توجه محدود

هادی پهلوان یزدان‌آباد | h.pahlevan@imps.ac.ir
دانشجوی دکتری اقتصاد، موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه‌ریزی، تهران، ایران (نویسنده مسئول).

محمد حسینی | mo.hoseini@imps.ac.ir
استادیار گروه اقتصاد، موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه‌ریزی، تهران، ایران.

مهدی فدایی | m.fadaee@imps.ac.ir
استادیار گروه اقتصاد، موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه‌ریزی، تهران، ایران.

مقاله پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۲۰ | پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۱۲

چکیده: مدل‌های انتخاب ترکیبی مبتنی بر این فرضِ ضمنی است که افراد حین انتخاب، تمام ترکیبات ممکن را از میان گزینه‌های موجود در یک سبد در نظر می‌گیرند. پس در این مدل‌ها، ترکیبِ انتخاب‌شده از هر سبد، به مثابهٔ ترکیب ارجح تلقی می‌شود. با وجود این، در دنیای واقعی به دلیل توجه محدود، افراد قادر به در نظر گرفتن همه ترکیبات ممکن نیستند، بنابراین انتخاب آن‌ها لزوماً به معنای انتخاب ترکیب ارجح نیست. در این پژوهش، مدلی ارائه می‌دهیم که بتواند این قبیل رفتارهای انتخاب را توضیح دهد. پس از ارائه مدل، ترجیحاتِ آشکارشده از طریق انتخاب‌ها را بررسی می‌کنیم و توضیح می‌دهیم که چگونه می‌توان ترجیحات افراد را در شرایط جدید از طریق انتخاب‌های آن‌ها استنباط کرد. در نهایت، به منظور آزمون‌پذیر بودن مدل، اصلِ مشخص‌کنندهٔ مدل را بیان می‌کنیم و نشان می‌دهیم که این اصل معادل با مدلِ ارائه‌شده است.

کلیدواژه‌ها: انتخاب ترکیبی، توجه محدود، ترجیحات آشکارشده، نظریه انتخاب، اصل انتخاب.

طبقه‌بندی JEL: D01, D91, D81.

فصلنامه علمی - پژوهشی برنامه‌ریزی و بودجه | شاپا (چاپی) ۹۰۹۲-۲۲۵۱ | doi 10.52547/jpbud.27.4.3
سال بیست و هفتم | شماره ۴ | زمستان ۱۴۰۱ | ص‌ص ۳۳-۳

مقدمه

در دنیای واقعی بسیاری از انتخاب‌های ما ترکیبی هستند. منظور از انتخاب ترکیبی این است که گزینه‌های انتخاب‌شده از یک سبد لزوماً مستقل از هم نیستند. به عبارتی، گزینه‌ها مکمل یکدیگر هستند. برای مثال، انتخاب بازیکنان برای تشکیل یک تیم ورزشی توسط مربی نوعی انتخاب ترکیبی است، چرا که علاوه بر اهمیت توانایی و عملکرد فردی افراد، توانایی و عملکرد تیم متشکل از آن‌ها نیز مهم است. بنابراین، انتخاب یک ترکیب از میان بازیکنان بالقوه به معنای بهتر بودن تک‌تک بازیکنانِ انتخاب‌شده نسبت به بازیکنانِ انتخاب‌نشده نیست، بلکه آنچه مهم است، بهتر بودن تیمِ (ترکیب) انتخاب‌شده نسبت به تمام تیم‌های (ترکیبات) ممکن است. اما در بسیاری از مواقع، افراد حین تصمیم‌گیری، به دلیل توجه محدود، لزوماً همه ترکیبات ممکن را در نظر نمی‌گیرند. در مثال بالا، مربی لزوماً نمی‌تواند همه تیم‌های بالقوه‌ای را که می‌تواند از بازیکنان ایجاد شود، در نظر بگیرد. به همین طریق، کارفرمایی که اقدام به تشکیل تیم کاری برای انجام پروژه می‌کند، لزوماً حین استخدام، تمام ترکیبات ممکن از افرادِ کاندیدشده را در نظر نمی‌گیرد، چرا که در نظر گرفتن تمام ترکیبات نیاز به صرف هزینه و زمان زیادی است.

این قبیل رفتارهای انتخاب دارای دو ویژگی است: ترکیبی بودن انتخاب‌ها و توجه محدود افراد حین انتخاب. مدل‌های انتخاب ترکیبی[1] (Brandt & Harrenstein, 2011; Alva, 2018; Yang, 2020) توجه محدود را در نظر نمی‌گیرند و مدل‌های انتخاب مبتنی بر توجه محدود (Manzini & Mariotti, 2007; 2012; Masatlioglu *et al*., 2012; Dean *et al*., 2017; Caplin *et al*., 2019; Cattaneo *et al*., 2020) ویژگی ترکیبی بودن انتخاب‌ها را در نظر نمی‌گیرند. بنابراین، استفاده از آن‌ها در مواردی به استنباط غلط در مورد ترجیحات فرد و همین‌طور رفاه فرد منجر می‌شود. برای درک بهتر مثال زیر را در نظر بگیرید:

مثال ۱. کارفرمایی قصد استخدام تعدادی نیروی کار برای انجام یک پروژه دارد. مجموعه $A = \{x, y, z, m, n\}$ کل نیروی کار است. فرض کنید که انتخاب‌های کارفرما از زیرمجموعه‌های مختلف به صورت زیر است:

$$C(A) = \{x, z\},\ C(\{x, y, z, m\}) = \{y, z\},\ C(\{y, z, m\}) = \{z, m\},\ C(\{x, y\}) = \{x\}$$

به‌طوری که C انتخاب فرد از هر مجموعه را نشان می‌دهد.

کارفرما ترکیب $\{y, z\}$ را به ترکیب $\{x, z\}$ ترجیح می‌دهد، اما ترکیب اول در مجموعه A توجه‌اش را جلب نمی‌کند (برای سادگی مسئله تعداد اعضای مجموعه A را کم در نظر گرفتیم، اما در

1. Combinatorial Choice Models

عمل اعضای این مجموعه می‌تواند به‌طور قابل‌توجهی زیاد باشد). پس ترکیب دوم را انتخاب می‌کند. با وجود این، ترکیب دوم در مجموعه $\{x, y, z, m\}$ توجه او را جلب می‌کند. بنابراین، این ترکیب را از این مجموعه انتخاب می‌کند. وقتی که کارفرما قرار است از مجموعه $\{x, y\}$ انتخاب کند، ترجیح می‌دهد که x (یا تیم تک‌نفره $\{x\}$) را به‌تنهایی انتخاب کند، چرا که تیم $\{x, y\}$ تیم خوبی نخواهد بود. برای مثال، x می‌تواند نیروی کار ماهری باشد که تعامل همکاری پایینی با y دارد. پس عملکرد تیم $\{x\}$ بهتر از عملکرد تیم $\{x, y\}$ خواهد بود.

حال می‌خواهیم بررسی کنیم که چرا استفاده از مدل‌های موجود برای استنباط ترجیحات کارفرما می‌تواند گمراه‌کننده باشد. از آن‌جا که در مدل‌های ترکیبی در ادبیات، فرض می‌شود که توجه افراد کامل است، انتخاب تیم $\{x, z\}$ از مجموعه A، به مثابه ترجیح این تیم نسبت به سایر تیم‌های بالقوه در این مجموعه از جمله $\{y, z\}$ است. حال آن‌که با توجه به مثال می‌دانیم که علت عدم انتخاب تیم $\{y, z\}$ از مجموعه A بی‌توجهی کارفرما نسبت به این تیم بوده است نه ترجیح تیم $\{x, z\}$ به این تیم. پس استفاده از این مدل‌ها در شرایطی که توجه محدود وجود دارد می‌تواند به استنباط غلط در مورد ترجیحات فرد منجر شود. همچنین، طبق این رویکرد رفتار انتخاب بالا ناسازگار شناخته می‌شود، زیرا اصل ضعیف ترجیحاتِ آشکارشده (در حالت انتخاب ترکیبی) نقض شده است. برای مثال، هر دو تیم $\{x, z\}$ و $\{y, z\}$ در دو مجموعه $\{x, y, z, m, n\}$ و $\{x, y, z, m\}$ وجود دارند، اما از یک مجموعه $\{x, z\}$ انتخاب شده است و از مجموعه دیگر $\{y, z\}$.

به همین طریق، با استفاده از مدل‌های غیرترکیبی مبتنی بر توجه محدود نمی‌توان ترجیحات کارفرما را به‌درستی استنباط کرد، چرا که این مدل‌ها خاصیت ترکیبی بودن انتخاب‌ها را در نظر نمی‌گیرند. برای مثال، طبق مدل ماساتلی‌اُغلو و همکاران (۲۰۱۲)، اگر یک گزینه در یک مجموعهٔ مفروض توجه را جلب نکند، آن‌گاه حذف آن توجه فرد را نسبت به گزینه‌های باقی‌مانده تغییر نمی‌دهد. بر اساس مدل آن‌ها، چون حذف x از مجموعه $\{x, y, z, m\}$ به تغییر انتخاب‌ها منجر شده است، نتیجه می‌گیریم که x در این مجموعه جلب توجه کرده است. با توجه به این‌که y و x هر دو در $\{x, y, z, m\}$ توجه فرد را جلب می‌کنند و y متعلق به انتخاب‌های فرد است اما x نیست، نتیجه می‌گیریم که فرد y را به x ترجیح می‌دهد.

همان‌طور که از مثال (۱) مشهود است، نتیجه‌گیری بالا غلط است، چرا که انتخاب y از مجموعه $\{x, y, z, m\}$ و عدم انتخاب x از این مجموعه، به دلیل برتری گزینه اول نسبت به گزینه دوم نیست. از آن‌جایی که تیم $\{z, y\}$ در این مجموعه بهتر از هر تیم دیگری است که جلب توجه می‌کند، گزینه

y نیز در ترکیب انتخاب‌های او قرار دارد. اما چون تیم $\{x, y\}$ کارامد نیست، کارفرما ترجیح می‌دهد گزینه‌ای که به صورت فردی ارجح است را انتخاب کند. پس تیم $\{x\}$ را انتخاب می‌کند.

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، استفاده از مدل‌های موجود، چه مدل‌های ترکیبی مبتنی بر توجه کامل و چه مدل‌های غیرترکیبی مبتنی بر توجه محدود برای توضیح الگوی انتخاب مثال (۱)، می‌تواند به استنباط غلط در مورد ترجیحات فردِ تصمیم‌گیرنده منجر شود.

با توجه به توضیحات بالا، در این پژوهش به ارائه مدلی می‌پردازیم که همزمان هم ویژگی ترکیبی بودن انتخاب‌ها و هم توجه محدود فرد را در نظر بگیرد. در مدل ارائه‌شده، فرض می‌شود افراد دارای ترجیحات یکتا نسبت به ترکیبات موجود هستند و علاوه بر محدودیت فیزیکی ترکیبات قابل‌انتخاب، با محدودیت توجه محدود نیز مواجه‌اند. بنابراین، مسئله آن‌ها انتخاب بهترین ترکیب با توجه به ترجیحاتشان، از میان تمام ترکیباتی است که جلب توجه می‌کند. در ادامه، نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان ترجیحات فرد را از طریق داده‌های انتخاب استنباط کرد. همچنین، اصل مشخص‌کنندهٔ[1] مدل را مطرح می‌کنیم و نشان می‌دهیم که این اصل شرط لازم و کافی برای مدل مطرح‌شده در این پژوهش است.

از آن‌جایی که مسئلهٔ توجه محدود شناختی است، در این پژوهش همچون مطالعات اخیر (Masatlioglu *et al*., 2012; Dean *et al*., 2017; Cattaneo *et al*., 2020; Geng & Özbay, 2021; De Clippel & Rozen, 2021) در حوزه «انتخاب تحت تاثیر توجه محدود»، فرض می‌شود که تابع محدودیتِ توجه قابل‌مشاهده نیست. به منظور آزمون‌پذیر بودن مدل، صرفاً یک فرض بر تابع محدودیتِ توجه وضع می‌کنیم. فرض اِعمال‌شده بیان می‌کند که اگر ترکیبی از گزینه‌ها در یک مجموعه توجه را جلب کند (یا در نظر گرفته شود[2]) آن‌گاه در هر زیرمجموعه از آن مجموعه که شامل ترکیب است، توجه را نیز جلب می‌کند. برای مثال، اگر در بازار سرمایه یک سبد سهام توجه فرد را در یک فهرست بلند جلب کند، آن‌گاه در هر فهرست کوتاهی که شامل آن سبد است، توجه را نیز جلب می‌کند.

فرض اِعمال‌شده، حالتِ تعمیم‌یافته فرضِ اعمال‌شده در مطالعات دین و همکاران (۲۰۱۷) و لراس و همکاران[3] (۲۰۱۷) است. طبق فرضِ به‌کاررفته در این مطالعات، اگر یک گزینه در مجموعهٔ بزرگ‌تر

1. Characterizing Axiom

۲. اگرچه برخی از پژوهش‌ها (Masatlioglu *et al*., 2012) از عبارت Limited Attention استفاده کرده‌اند و برخی از عبارت Limited Consideration (Lleras *et al*., 2017)، ولی مفهوم این عبارات یکسان است.

3. Lleras *et al*.

توجه را جلب کند، در هر زیرمجموعهٔ آن، که شامل آن گزینه است، توجه را جلب می‌کند. با وجود این، فرض فعلی به دلیل در نظر نگرفتن خاصیت ترکیبی بودن گزینه‌ها قابل‌استفاده در مدل‌های انتخاب ترکیبی نیست. پس استفاده از مدل‌های مطرح‌شده در این مقالات می‌تواند به استنباط غلط در مورد ترجیحات فرد منجر شود. برای درک بهتر، مثال (۱) را مجدداً در نظر بگیرید. از آن‌جایی که گزینه x متعلق به انتخاب‌های فرد از مجموعه A است، طبق مدل‌های مذکور، نتیجه می‌گیریم که این گزینه در این مجموعه توجه فرد را جلب کرده است. همچنین، بر اساس این مدل‌ها نتیجه می‌گیریم که گزینه x در مجموعهٔ کوچک‌تر $\{x, y, z, m\}$ نیز توجه فرد را جلب کرده است. پس انتخاب y از این مجموعه و عدم انتخاب x از این مجموعه نشان می‌دهد y به x ترجیح اکید دارد. از آن‌جایی که مجموعه $\{x, y\}$ زیرمجموعه $\{x, y, z, m\}$ است، نتیجه می‌گیریم که هر دو گزینه y و x در مجموعه $\{x, y\}$ نیز توجه فرد را جلب کرده است. انتخاب x از این مجموعه و عدم انتخاب y نشان می‌دهد که این گزینه به y ترجیح اکید دارد. اما این نتیجه‌گیری دارای تناقض است، چرا که پیش‌تر نتیجه گرفتیم y به x ترجیح اکید دارد. پس مدل‌های مذکور قابل‌استفاده برای الگوهای انتخاب ترکیبی با توجه محدود نیستند.

ادامهٔ پژوهش به این صورت ساختاربندی می‌شود: در بخش دوم ادبیات موجود را مرور می‌کنیم. در بخش سوم به معرفی مدل و ویژگی‌های آن می‌پردازیم. در بخش چهارم به بررسی ترجیحاتِ آشکارشدهٔ مدل از طریق انتخاب‌ها می‌پردازیم. در بخش پنجم اصل انتخاب[1] آزمون‌پذیر معادل با مدل را مطرح می‌کنیم و در بخش ششم به نتیجه‌گیری می‌پردازیم.

مبانی نظری پژوهش

پژوهش حاضر هم به ادبیات نظریه انتخاب ترکیبی و هم به ادبیات نظریه انتخاب غیرترکیبی مبتنی بر توجه محدود مربوط می‌شود. در بخش حاضر ادبیات این دو حوزه مرور می‌شود.

نظریه انتخاب ترکیبی

پژوهش‌هایی که در حوزه نظریه انتخاب ترکیبی صورت گرفته است، عموماً توجه خود را به تعمیم نتایج نظریه انتخاب غیرترکیبی به حالت ترکیبی معطوف کرده‌اند. برای مثال، برند و هرنستین (۲۰۱۱) شرط (اصل) جدیدی را با در نظر گرفتن ترکیبی بودن انتخاب‌ها معرفی می‌کنند که تعمیم

1. Choice Axiom

شرط آلفا[1] در پژوهش سن[2] (۱۹۷۱) است. سپس آن‌ها نشان می‌دهند که شرط جدید، شرط لازم و کافی برای وجود یک تابع انتخاب ترکیبی است.

همچون برند و هرنستین (۲۰۱۱)، برخی از مطالعات نیز محتوای تجربی[3] مدل‌های انتخاب ترکیبی را مطالعه کردند. آلوا (۲۰۱۸)، نشان می‌دهد که بسیاری از نتایج مدل‌های انتخاب (غیرترکیبی) کلاسیک قابل‌تعمیم به انتخاب ترکیبی است. او نشان می‌دهد که وقتی دامنه انتخاب ترکیبی است با شرط برآورده شدن اصل جانشینی[4] (Kelso & Crawford, 1982; Roth, 1984) اصل ضعیف ترجیحاتِ آشکارشده، وجود یک رابطه ترجیحی خطی را روی ترکیبات مختلف تضمین می‌کند. پس در این حالت، اصل ضعیفِ آشکارشده شرط لازم و کافی برای بیشینه‌سازی ترجیحات است. به طریق مشابه، یانگ (۲۰۲۰) به بررسی توابع انتخاب ترکیبی، که مختص به جورسازی قراردادهاست[5]، می‌پردازد. او نشان می‌دهد که یک تابع انتخاب ترکیبی سازگار با رفتار بیشینه‌کنندهٔ مطلوبیت است اگر و فقط اگر اصل قوی ترجیحاتِ آشکارشده، برای حالتی که دامنه انتخاب ترکیبی است، برقرار باشد.

رویکرد انتخاب ترکیبی صرفاً محدود به نظریه انتخاب نمی‌شود. در نظریه تقاضا نیز برخی از مطالعات (Sher & Kim, 2014; Chambers & Echenique, 2018) رویکرد ترکیبی داشته‌اند. برای مثال شر و کیم (۲۰۱۴)، نشان می‌دهند که از طریق تابع تقاضای ترکیبی می‌توان ارزشی (مطلوبیتی) را که افراد برای سبدهای مختلف از کالاها قائل هستند شناسایی کرد. طبق استدلال آن‌ها، تقاضای کل برای هر کالا قابل‌مشاهده است، اما تقاضای کل برای یک سبد کالا به عنوان یک ترکیب مستقیماً قابل‌مشاهده نیست. با وجود این، آن‌ها روشی را ارائه می‌دهند که از طریق آن بتوان تقاضای کل را برای یک سبد کالا و مطلوبیت متناسب با آن شناسایی کرد. چمبر و اچنیک (۲۰۱۸)، نیز نشان می‌دهند برای حالتی که تقاضا ترکیبی است، تابع مطلوبیتی وجود دارد که ارائه‌دهندهٔ تابع تقاضای افراد است.

انتخاب غیرترکیبی با توجه محدود

پژوهش حاضر به مطالعاتی مربوط می‌شود که رفتار فرد را با فرض توجه محدود مدل می‌کنند.

1. Condition
2. Sen
3. Empirical Content
4. Substitutability Axiom
5. Matching with Contracts

این مطالعات روش‌های مختلفی را برای مدل کردن رفتار فرد در پیش می‌گیرند. برخی از این مطالعات (Rubinstein & Salant, 2006; Salant & Rubinstein, 2008; Tyson, 2008; 2015; Horan, 2016; Yildiz, 2016) رفتاری را مدل می‌کنند که در آن فرد به صورت چندمرحله‌ای تصمیم‌گیری می‌کند. او در هر مرحله با استفاده از معیارهای سرانگشتی[1] مجموعهٔ قابل‌انتخاب را کوچک‌تر می‌کند و در نهایت در مرحله آخر گزینه ارجح را از میان گزینه‌های باقی‌مانده انتخاب می‌کند.

به‌جای استفاده از معیارهای سرانگشتی، برخی از مطالعات (Masatlioglu *et al*., 2012; Dean *et al*., 2017; Cattaneo *et al*., 2020; Geng & Özbay, 2021; De Clippel & Rozen, 2021) رویکرد متفاوتی را در پیش می‌گیرند. در این مطالعات فرض می‌شود تابع محدودیت توجه غیرقابل مشاهده است، چرا که عامل توجه محدود، شناختی[2] است. برای این‌که اثر این عامل شناختی را بر رفتار فرد بررسی کنند، صرفاً شروطی را بر ساختار محدودیت توجه وضع می‌کنند. سپس مدل را بر پایه این شروط تعریف می‌کنند. برای مثال، همان‌طور که در بخش مقدمه بیان شد، در مطالعات دین و همکاران (۲۰۱۷) و لراس و همکاران[3] (۲۰۱۷) فرض می‌شود که اگر یک گزینه در مجموعهٔ بزرگ‌تر توجه را جلب کند، آن‌گاه در هر زیرمجموعهٔ آن، که شامل آن گزینه است، توجه را نیز جلب می‌کند. در این مطالعات فرض می‌شود که افراد دارای ترجیحات یکتا نسبت به گزینه‌ها هستند و با توجه به این ترجیحات بهترین گزینه را از بین مجموعه گزینه‌هایی که توجه را جلب می‌کند، انتخاب می‌کنند.

مدل

مجموعه X را به عنوان مجموعه متناهی کل گزینه‌ها و $P(X)$ را به عنوان مجموعه تمام زیرمجموعه‌های ناتهی X در نظر می‌گیریم. برای یک مجموعه مشخص همچون $A \subseteq S, S \in P(X)$ را به عنوان یک ترکیب قابل‌انتخاب در مجموعه S در نظر می‌گیریم. رابطه $\succ \subseteq P(X) \times P(X)$ را به عنوان یک رابطه ترجیحی به روی مجموعه $P(X)$ در نظر می‌گیریم. تابع انتخاب ترکیبی C، تابعی است که به‌ازای هر $S \in P(X)$ یک زیرمجموعه $C(S) \subseteq S$ از مجموعه S را تعیین می‌کند. به همین طریق، تابع محدودیت توجه Γ، تابعی است که به‌ازای هر $S \in P(X)$ مجموعهٔ تمام ترکیباتی را که در S جلب توجه می‌کند، تعیین می‌کند. فرض (۱)، را بر تابع محدودیت توجه اِعمال می‌کنیم.

فرض ۱. به‌ازای $S, S' \in P(X)$ به‌طوری که $S \subseteq S'$ داریم $\Gamma(2^{S'}) \cap 2^S \subseteq \Gamma(2^S)$.

1. Heuristics
2. Cognitive
3. Lleras *et al*.

همان‌طور که در مقدمه بیان کردیم، این فرض بیان می‌کند که اگر یک ترکیب همچون B در یک مجموعه همچون S' نظر فرد را جلب کرد، آن‌گاه در هر $S \subseteq S'$ که شامل B باشد نیز نظر فرد را جلب می‌کند. وقتی که تعداد ترکیب‌های ممکن از هر مجموعه زیادتر می‌شود، چون که توجه فرد محدود است، احتمال این‌که یک ترکیب مفروض نظر فرد را جلب کند در مقایسه با مجموعه کوچک‌تر کم‌تر می‌شود؛ پس اگر ترکیبی در مجموعه بزرگ‌تر توجه را جلب کند انتظار بر این است که در هر مجموعه کوچک‌ترِ شامل آن ترکیب نیز توجه را جلب کند. این فرض مشابه فرضِ به‌کاررفته در مطالعاتی همچون دین و همکاران (۲۰۱۷) و لراس و همکاران (۲۰۱۷) است، در حالتی که مسئله انتخاب غیرترکیبی است. طبق فرض آن‌ها هرچقدر تعداد گزینه‌ها بیش‌تر می‌شود، احتمال جلب توجه یک گزینه مفروض کم‌تر می‌شود. پس زمانی که یک گزینه در یک مجموعهٔ بزرگ‌تر توجه فرد را جلب می‌کند انتظار بر این است که در مجموعهٔ کوچک‌ترِ شامل آن گزینه نیز توجه او را جلب کند. بر اساس فرض (۱)، تعریف (۱) را ارائه می‌دهیم.

تعریف ۱. تابع Γ تابع محدودیت توجه ترکیبی است اگر و فقط اگر فرض (۱) را برآورده کند.

همچنین، فرض می‌شود به‌ازای تمام $S \in P(X)$ رابطه $2^S \subseteq$ $C(S) \in \Gamma(2^S)$ برقرار است.

با در نظر گرفتن فرض (۱)، پرسشی مطرح می‌شود: آیا منطقی نیست تصور کنیم اگر یک ترکیب مفروض در یک مجموعه نظر فرد را جلب کرد، آن‌گاه همه زیرمجموعه‌های آن ترکیب در آن مجموعه نیز نظر او را جلب کند؟ اگرچه برای حالتی که گزینه‌های متعلق به یک مجموعه مستقل از هم هستند (غیرترکیبی هستند)، این فرض کاملاً منطقی است. اما در حالتی که مسئله انتخاب ترکیبی است، این فرض منطقی نخواهد بود، چرا که بررسی تمام ترکیباتی که زیرمجموعه ترکیب در نظر گرفته شده است نیاز به صرف هزینه و وقت بیش‌تری است. برای مثال، یک سرمایه‌گذار ممکن است سبد سهام‌هایی را بررسی کند که اندازهٔ آن‌ها n است. پس او سبدهایی که اندازهٔ آن بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از این مقدار باشد را مد نظر قرار نمی‌دهد.

با استدلال مشابه، ممکن است برخی از گزینه‌های متعلق به یک مجموعه به صورت فردی، نظر تصمیم‌گیرنده را جلب کند، اما لزوماً ترکیبات مختلفی که می‌تواند با آن گزینه‌ها ساخته شود نظر او را جلب نکند. برای نمونه، در مثال (۱) مدیر ممکن است برخی از کارگرها را داخل یک مجموعه به صورت فردی مد نظر داشته باشد، اما همه تیم‌های مختلفی که می‌تواند از طریق آن‌ها ایجاد شود نظر او را جلب نکند. در بخش بحث و نتیجه‌گیری توضیحات بیش‌تری در مورد فرض (۱) ارائه شده است.

به‌ازای هر $S \in P(X)$، مجموعه اعضای بیشینه با توجه به رابطه دودویی[1] $\succ$ که در S جلب توجه می‌کنند را به صورت زیر نشان می‌دهیم.

$$M^{\succ}(S) = \{A \in \Gamma(2^S \setminus \emptyset): \forall\, B \in \Gamma(2^S \setminus \emptyset), (B, A) \notin \succ\}$$

تعریف ۲. تابع انتخاب C تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود است اگر یک تابع محدودیت توجه ترکیبی Γ و یک رابطه خطی مرتب[2] $\succ$ وجود داشته باشد، به‌طوری‌که به‌ازای هر $S \in P(X)$ داشته باشیم $C(S) \in M^{\succ}(S)$.

در مدل ما، وقتی فرد با یک مجموعهٔ مفروض از گزینه‌ها روبه‌رو می‌شود، در دو مرحله تصمیم‌گیری می‌کند. در مرحله اول، برخی از ترکیبات در مجموعه را در نظر می‌گیرد و در مرحله دوم بهترین ترکیب را از میان ترکیبات مد نظر قرار داده‌شده انتخاب می‌کند. همان‌طور که مشخص است، فرد لزوماً همه ترکیبات ممکن را در نظر نمی‌گیرد.

ترجیحاتِ آشکارشدهٔ مدل

در این بخش، توضیح می‌دهیم که اگر فرد متناسب با مدلِ مطرح‌شده در این پژوهش رفتار کند، انتخاب‌های او چگونه ترجیحاتش را آشکار می‌سازد. مدل‌های ترکیبی موجود فرض می‌کنند که توجه افراد کامل است. پس طبق این مدل‌ها، اگر دو ترکیب A و B در یک مجموعه وجود داشته باشند و اولی انتخاب شده باشد، نتیجه می‌گیریم که فرد ترکیب A را به ترکیب B ترجیح می‌دهد. با وجود این، وقتی که توجه افراد محدود است این نتیجه‌گیری لزوماً درست نیست، چرا که ممکن است برای ما مشخص نباشد که آیا دلیل این انتخاب، ترجیح ترکیب A به ترکیب B است یا بی‌توجهی فرد به ترکیب B در این مجموعه. بنابراین، «توابع توجه و ترجیحات مختلف» می‌تواند الگوی انتخاب مشخصی را ارائه کند.

تعریف ۳. فرض کنید که تابع انتخاب C تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود است که توسط K جفت $(\Gamma_i, \succ_i)$ به‌ازای $i = 1, \dots, K$ قابل‌ارائه است. در این صورت، ترکیب A به ترکیب B ترجیح آشکار دارد اگر به‌ازای هر i داشته باشیم $A \succ_i B$.

---

1. Binary Relation

۲. رابطه $\succ$ به صورت خطی مرتب است، اگر دارای ویژگی کامل بودن (به‌ازای هر $A,B \subseteq X$ داشته باشیم $A \succ B$ یا $B \succ A$)، گذرا بودن (به‌ازای هر $A,B,C \subseteq X$، $A \succ B$ و $B \succ C$ نتیجه دهد $A \succ C$)، و ضدتقارن بودن (به‌ازای هر $A \succ B, A,B \subseteq X$ و $B \succ A$ نتیجه دهد $A = B$) باشد.

تعریف بالا قابل‌مقایسه با تعریف ترجیحاتِ آشکارشده در پژوهش ماساتلی‌اُغلو و همکاران (۲۰۱۲) است. برای استنباط این‌که آیا ترکیب A به ترکیب B ترجیح دارد، باید مطمئن باشیم که طبق تمام iها رابطه $A \succ_i B$ برقرار است. اما این عملی نیست، چرا که توابع توجه و ترجیحات، مولفه‌هایی مشاهده‌پذیر نیستند. با وجود این، برای استنباط ترجیحات فرد نیازی به بررسی $(\Gamma_i, \succ_i)$ به‌ازای iهای مختلف نیست، چرا که بر اساس انتخاب‌های فرد می‌توان معیاری را تعیین کرد که بتواند ترجیحات فرد را به ما نشان دهد.

تعریف ۴. به‌ازای ترکیبات مجزای $A, B \subseteq X$، $A \lhd B$ است اگر و فقط اگر وجود داشته باشد $A, B \subseteq S \subseteq S'$، به‌طوری که $B = C(S')$ و $A = C(S)$.

برای درک بهتر رابطه $\lhd$ و ارتباط آن با ترجیحات واقعی فرد، مقایسه‌ای بین استنباط ترجیحات در این پژوهش با رویکرد کلاسیک انتخاب ترکیبی انجام می‌دهیم. در رویکرد کلاسیک، با توجه به این‌که فرض می‌شود توجه افراد حین انتخاب کامل است، اگر دو ترکیب همچون A و B در یک مجموعه همچون S وجود داشته باشند و $A = C(S)$، آن‌گاه نتیجه می‌گیریم که ترکیب A به ترکیب B ترجیح دارد. در چنین حالتی، برای مثال، می‌توان رابطه‌ای همچون R به صورت زیر تعریف کرد که نشان‌دهندهٔ ترجیحات فرد باشد (Brandt & Harrenstein, 2011).

ARB اگر و فقط اگر به‌ازای برخی از $S \in P(X)$ و $A, B \subseteq S$ داشته باشیم $A = C(S)$.

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، در رویکرد حاضر به دلیل فرض وجود توجه محدود، لزوماً چنین نتیجه‌گیری نمی‌تواند درست باشد، چرا که ممکن است بهترین ترکیب، نظر فرد را در مجموعهٔ پیشاروی او جلب نکند. پس انتخاب فرد از هر مجموعه به خودی خود ترجیحات فرد را آشکار نمی‌کند. پرسشی که ایجاد می‌شود این است که در چنین شرایطی چگونه می‌توان ترجیحات فرد را استنباط کرد؟ می‌توان ادعا کرد که رابطهٔ تعریف‌شده $\lhd$ در رویکرد حاضر می‌تواند ترجیحات فرد ($\succ$) را به ما نشان دهد. برای درک بهتر تعریف (۴) را در نظر بگیرید. طبق تعریف، $A \lhd B$ است اگر و فقط اگر وجود داشته باشد $A, B \subseteq S \subseteq S'$، به‌طوری که $B = C(S')$ و $A = C(S)$. طبق فرض، انتخاب ترکیب B از مجموعه S' و A از مجموعه S نشان می‌دهد که این دو ترکیب به‌ترتیب در مجموعه‌های S' و S نظر فرد را جلب کرده است ($B \in \Gamma(2^{S'})$ و $A \in \Gamma(2^{S})$). از آن‌جایی که $S \subseteq S'$ است، بر اساس فرض (۱)، نتیجه می‌گیریم که ترکیب B در مجموعه S نیز جلب توجه کرده است ($B \in \Gamma(2^{S})$). پس نتیجه می‌گیریم که هر دو ترکیب A و B در مجموعه S توجه فرد را جلب کرده‌اند. بنابراین، با فرض این‌که تابع انتخاب C تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود است،

انتخاب ترکیب A از مجموعه S، در حالی که ترکیب B نیز جلب توجه می‌کند نشان می‌دهد که فرد ترکیب اول را به ترکیب دوم ترجیح می‌دهد ($A \succ B$). با این حال، نتیجه‌گیری بالا به خودی خود نشان نمی‌دهد که آیا رابطهٔ تعریف‌شده تمام اطلاعاتی را که از طریق انتخاب‌ها می‌تواند آشکار شود دربر می‌گیرد یا نه. قضیه (۱)، بیان می‌کند که بستار گذرای[1] رابطه $\lhd$ که آن را با رابطه[2] $\lhd^T$ نشان می‌دهیم، تمام اطلاعات موجود در مورد ترجیحات فرد را دربر دارد. بنابراین، هر اطلاعاتی که در مورد ترجیحات فرد از طریق انتخاب‌ها به‌دست می‌آید صرفاً از طریق رابطه $\lhd^T$ ممکن است.

قضیه ۱. فرض کنید که تابع انتخاب C تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود است، آن‌گاه ترکیب A به ترکیب B ترجیح آشکار دارد اگر و فقط اگر $A \lhd^T B$ (برای اثبات به پیوست مراجعه کنید).

برای درک بهتر قضیه (۱)، فرض کنید که $A \lhd^T B$، طبق تعریف وجود دارد $\{B_i\}_{i=1}^{n}$ به‌طوری که $A = B_1 \lhd B_2 \lhd \cdots \lhd B_n = B$. با توجه به توضیحات مربوط به تعریف (۴)، نتیجه می‌گیریم که $A = B_1 \succ B_2 \succ \cdots \succ B_n = B$. از آن‌جایی که رابطه $\succ$ خطی است، رابطه بالا نتیجه می‌دهد $A \succ B$. پس A به B ترجیح آشکار دارد. در اثبات قضیه (۳) نشان می‌دهیم که اگر $(A.B) \notin \lhd^T$ آن‌گاه A نمی‌تواند به B ترجیح آشکار داشته باشد.

اصل انتخاب مشخص‌کنندهٔ مدل

در بخش قبل اشاره کردیم که مدل مطرح‌شده به دلیل غیرقابل مشاهده بودن تابع توجه محدود و همین‌طور ترجیحات فرد، غیرقابل مشاهده است. اینک پرسشی مطرح می‌شود: انتخاب‌های فرد چه شروطی را باید برآورده کند تا ما نتیجه بگیریم که فرد متناسب با مدل ارائه‌شده رفتار کرده است. در این بخش به ارائه این شروط می‌پردازیم. اولین اصلی که معرفی می‌کنیم (اصل ۱)، شرط لازم برای هر تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود است. با وجود این، اصل حاضر شرط کافی نیست. بنابراین، انتخاب‌هایی وجود دارد که این اصل را برآورده می‌کند، اما با هیچ تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود سازگار نیست. به همین دلیل، اصل (۲) را معرفی می‌کنیم که نه‌تنها شرط لازم برای تابع انتخاب ذکر شده است، بلکه شرط کافی نیز است.

اصل ۱. به‌ازای $A, B, S, S' \in P(X)$، به‌طوری که $A \subseteq S \subseteq S'$ و اگر $B \neq A$ و $C(S') = B$

1. Transitive Closure

۲. $(A, B) \in \lhd^T$ اگر وجود داشته باشد $Z_0, \dots, Z_{n+1} \in X$، به‌طوری که $Z_0 = A$ و $Z_{n+1} = B$ به‌ازای $k = 0, \dots, n$ داشته باشیم $(Z_k, Z_{k+1}) \in \lhd$.

$C(S) = A$؛ آن‌گاه وجود نخواهد داشت $F, F' \in P(X)$، به‌طوری که $C(F') = A, B, A \subseteq F \subseteq F'$ و $C(F) = B$.

طبق قضیه (۱)، از $C(S') = B$ و $C(S) = A$ نتیجه می‌گیریم که ترکیب A به ترکیب B ترجیح دارد. اینک اگر اصل (۱) نقض شود، با استدلال مشابه نتیجه می‌گیریم که B به A ترجیح دارد، که این تناقض است چرا که رابطه ترجیحی در مدلِ بیان‌شده به صورت خطی مرتب است. قضیه (۲)، بیان می‌کند که هر تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود لزوماً اصل (۱) را برآورده می‌کند.

قضیه ۲. اگر تابع انتخاب C تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود باشد، آن‌گاه انتخاب‌ها اصل (۱) را برآورده می‌کنند (برای اثبات به پیوست مراجعه کنید).

همان‌طور که از مثال (۱) مشهود است، الگوی انتخاب در این مثال اصل (۱) را برآورده می‌کند. اگرچه هر تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود اصل (۱) را برآورده می‌کند، اما لزوماً همه الگوهای انتخابی که این اصل را برآورده می‌کنند، با تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود سازگار نیستند. برای درک بهتر مثال (۲) را در نظر بگیرید.

مثال ۲. فرض کنید انتخاب‌های زیر را از مجموعه‌های مختلف داشته باشیم.

$$S_1 = \{x, y, z, e, d\},\ C(S_1) = \{x, y\}$$
$$S_2 = \{x, y, z, e\},\ C(S_2) = \{y, e\}$$
$$S_3 = \{x, y, z, e, d, h, g, n\},\ C(S_3) = \{y, e\}$$
$$S_4 = \{x, y, h, e, g, d\},\ C(S_4) = \{x, h\}$$
$$S_5 = \{x, y, h\},\ C(S_5) = \{x, y\}$$

این انتخاب‌ها اصل (۱) را برآورده می‌کنند، اما با تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود سازگار نیستند. با توجه به توضیحات مربوط به تعریف (۴) و قضیه (۱)، بر اساس تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود، الگوی انتخاب بالا نتیجه می‌دهد $C(S_5) = C(S_1) \succ C(S_3) \succ C(S_4) \succ C(S_5)$، چون رابطه $\succ$ خطی است، نمی‌تواند دارای چرخه[1] باشد. پس انتخاب‌های بالا با مدلِ ارائه‌شده در این مطالعه سازگار نیستند.

حال اصلی را معرفی می‌کنیم که نه‌تنها شرط لازم برای تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود است، بلکه شرط کافی نیز است. این گزاره در قضیه (۳) مطرح شده است.

اصل ۲ (اصل مشخص‌کنندهٔ مدل). مجموعه‌های $\{B_i\}$ و $\{B_i'\}, \{S_i\}, \{S_i'\}$ را به‌ازای $i = 1, \dots, n$

1. Cycle

در نظر بگیرید، به‌طوری که $B_i, B_i' \subseteq S_i \subseteq S_i'$ ،$S_i, S_i', B_i, B_i' \in P(X)$ و $B_i \neq B_i'$. در این صورت اگر $B_i = C(S_i)$ ،$B_i' = C(S_i')$ و به‌ازای $i \leq n-1$ داشته باشیم $B_{i+1} = B_i'$، آن‌گاه $B_1 \neq B_n'$.

قضیه ۳. تابع انتخاب C تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود است اگر و فقط اگر اصل (۲) را برآورده کند (برای اثبات به پیوست مراجعه کنید).

قضیه (۳)، ابزاری فراهم می‌کند که از طریق آن بتوان مدل را از طریق انتخاب‌های قابل‌مشاهده آزمون کرد. اصل (۲) را می‌توان با اصل قوی ترجیحاتِ آشکارشده[1] (Mas-Colell *et al*., 1995) در نظریه انتخاب کلاسیک مقایسه کرد. همان‌طور که اصل قویِ آشکارشده شرط لازم و کافی برای بیشینه‌سازی ترجیحات است، در رویکرد ما نیز اصل (۲) شرط لازم و کافی برای بیشینه‌سازی ترجیحات است، در شرایطی که انتخاب‌ها ترکیبی و توجه افراد محدود است.

قضیه (۳)، به صورت کامل دلالت‌های رفتاری مدل را شناسایی می‌کند. این قضیه بیان می‌کند که تابع انتخابی متناسب با فروض مدلِ مطرح‌شده در این پژوهش وجود دارد، به‌طوری که می‌تواند رفتار فرد را توضیح دهد (یا پیش‌بینی کند) اگر و فقط اگر انتخاب‌های فرد اصل (۲) را برآورده کند. ممکن است در ابتدا تصور شود که با نگاه به مدلِ مطرح‌شده و ویژگی‌های آن بتوان به‌راحتی رفتار سازگار با این مدل را پیش‌بینی کرد، بنابراین چه نیازی به بیان قضیه (۳) است. اگرچه با نگاه به مدل می‌توان برخی از جنبه‌های رفتاری فرد را پیش‌بینی کرد، اما نمی‌توان همه رفتارهای ممکن را که منتج از مدل هستند بدین طریق پیش‌بینی کرد. برای مثال، ممکن است با نگاه به مدل استدلال کنیم که هر تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود اصل (۱) را برآورده می‌کند، اما به‌راحتی نمی‌توان گفت که اگر انتخاب‌های فرد اصل (۱) را برآورده کند، آن‌گاه با تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود سازگار است. پس نیاز به معیاری داریم که ویژگی مشترک همه رفتارهای ممکن را که منتج از مدلِ مطرح‌شده باشد برای ما تعیین کند. در این پژوهش این معیار را قضیه (۳) فراهم می‌کند. در واقع، اصل (۲) تضمین می‌کند که تابع انتخابی وجود دارد که دارای ویژگی مدلِ مطرح‌شده در این پژوهش است. پس این اصل به‌تنهایی می‌تواند رفتارهای انتخاب برگرفته از مدل‌های انتخاب ترکیبی با توجه محدود را از رفتارهای انتخاب برگرفته از سایر مدل‌ها شناسایی کند.

بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش، الگوی انتخابی را مدل کردیم که دارای دو ویژگی است: ترکیبی بودن انتخاب‌ها

1. Strong Axiom of Revealed Preferences

و توجه محدود فرد حین انتخاب. همان‌طور که توضیح دادیم، مدل‌های موجود در ادبیات قادر به توضیح این الگوها نیستند، چرا که دست‌کم یکی از ویژگی‌های ذکرشده را در نظر نمی‌گیرند. پس از بیان مدل، ترجیحاتِ آشکارشده از طریق انتخاب‌های فرد را مورد بررسی قرار دادیم. در نهایت، توضیح دادیم که چگونه می‌توان مدل را به صورت ناپارامتریک از طریق اصل (۲) آزمون کرد.

ذکر چند نکته در رابطه با مدلِ ارائه‌شده حائز اهمیت است. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، در این پژوهش فرض می‌شود که اگر چند گزینه به صورت تکی توجه فرد را جلب کند، لزوماً ترکیب‌هایی که می‌تواند از آن گزینه‌ها ساخته شود توجه او را جلب نمی‌کند. این فرض در ابتدا ممکن است غیرواقع‌بینانه به نظر برسد، اما در عمل مثال‌های زیادی از انتخاب‌های ترکیبی وجود دارد که با فرضِ به‌کار گرفته‌شده مطابقت دارد. برای مثال، مدیری که قصد استخدام تعداد زیادی نیروی کار را دارد ممکن است افراد زیادی را به صورت فردی مدنظر قرار دهد، اما به‌درستی نداند که کدام ترکیب (تیم) بهترین ترکیب ممکن می‌تواند باشد. پس او به خاطر محدودیت زمان، هزینه و همین‌طور دانش، لزوماً همه ترکیبات ممکن را تجزیه‌وتحلیل نمی‌کند. به همین طریق، یک مربی فوتبال ممکن است بازیکنان زیادی را به منظور تشکیل تیم زیر نظر داشته باشد (پس به صورت فردی آن‌ها را مد نظر قرار می‌دهد)، اما به‌درستی نمی‌داند که کدام ترکیب از میان این بازیکنان بهترین ترکیبِ ممکن خواهد بود. بنابراین، لزوماً تمام تیم‌های بالقوه‌ای را که می‌تواند از بازیکنان درون فهرست ایجاد شود در نظر نمی‌گیرد.

به طریق مشابه، می‌توان استدلال کرد که اگر یک ترکیب در یک مجموعه نظر فرد را جلب کرد، لزوماً تمام ترکیباتی که زیرمجموعهٔ آن ترکیب هستند، نظر فرد را جلب نمی‌کند. برای مثال، مدیر جدید یک شرکت که مجموعه بزرگی از کارکنان تحت کنترل اوست، ممکن است بعد از کسب تجربه و اطلاعات به این نتیجه برسد که با تیم کوچک‌تری از این کارکنان می‌توان عملکرد بهتری داشت. بنابراین، قبل از کسب تجربه و اطلاعات، مدیر ممکن است تمام ترکیبات ممکن را که زیرمجموعهٔ ترکیب اصلی هستند در نظر نگیرد.

به‌طور مشخص، مثال ساده‌ای را در نظر بگیرید که مدیری دو کارمند تحت مدیریت مجموعه خود دارد که قصد دارد یکی از آن‌ها را اخراج کند. دو حالت برای عملکرد کارمندِ باقی‌مانده بعد از اخراج همکارش متصور است. حالت اول این است که چون هر دو کارمند مکمل خوبی برای هم هستند (تیم خوبی هستند)، بعد از اخراج یکی، عملکرد دیگری به‌طرز قابل‌توجهی اُفت خواهد کرد. حالت دوم این است که چون بعد از اخراج یکی از کارمندان عملکرد دیگری توسط خودِ فرد و دیگران

بهتر دیده می‌شود و همین‌طور مسئولیت‌پذیری بیش‌تری احساس می‌کند، کارمندِ باقی‌مانده انگیزه و تلاش بیش‌تری برای بهبود عملکرد خود دارد. همین‌طور که از مثال مشهود است، دو حالت کاملاً مختلف قابل‌تصور است. پس صرف در نظر گرفتن یک ترکیب باعث در نظر گرفتن تمام ترکیبات زیرمجموعهٔ آن ترکیب نخواهد شد. متعاقباً انتخاب یک ترکیب از یک مجموعه به معنای ترجیح این ترکیب به تمام ترکیبات ممکن (از جمله زیرمجموعه‌های خودِ ترکیب) نیست، چرا که به دلایل مختلف (برای مثال بی‌توجهی بصری، فقدان تجزیه‌وتحلیل کافی به دلیل پیچیدگی یا زمان محدود تصمیم‌گیری، عدم تجربه همچون مثال مدیر با دو کارمند در بالا)، فرد ممکن است بهترین ترکیب را در نظر نگرفته باشد.

با توجه به توضیحات بالا، نتیجه می‌گیریم که ارزیابی ترکیبی از کالاها می‌تواند متفاوت از ارزیابی تک تک آن‌ها باشد. از این‌رو، به‌سادگی نمی‌توان مدل‌های موجود را برای توضیح الگوهای انتخابِ ذکرشده در این پژوهش به‌کار برد.

اظهاریه قدردانی

از داوران محترم و ناشناس نشریه برنامه‌ریزی و بودجه بابت نظرهای ارزشمندشان سپاسگزاریم.

منابع

Alva, S. (2018). WARP and Combinatorial Choice. *Journal of Economic Theory, 173*(1), 320-333. https://doi.org/10.1016/j.jet.2017.11.007

Brandt, F., & Harrenstein, P. (2011). Set-Rationalizable Choice and Self-Stability. *Journal of Economic Theory, 146*(4), 1721-1731. https://doi.org/10.1016/j.jet.2011.03.006

Caplin, A., Dean, M., & Leahy, J. (2019). Rational Inattention, Optimal Consideration Sets, and Stochastic Choice. *The Review of Economic Studies, 86*(3), 1061-1094. https://doi.org/10.1093/restud/rdy037

Cattaneo, M. D., Ma, X., Masatlioglu, Y., & Suleymanov, E. (2020). A Random Attention Model. *Journal of Political Economy, 128*(7), 2796-2836. https://doi.org/10.1086/706861

Chambers, C. P., & Echenique, F. (2018). A Characterization of Combinatorial Demand. *Mathematics of Operations Research, 43*(1), 222-227. https://doi.org/10.1287/moor.2017.0859

De Clippel, G., & Rozen, K. (2021). Bounded Rationality and Limited Data Sets. *Theoretical Economics, 16*(2), 359-380. https://doi.org/10.3982/TE4070

Dean, M., Kıbrıs, Ö., & Masatlioglu, Y. (2017). Limited Attention and Status Quo Bias. *Journal of Economic Theory, 169*(1), 93-127. https://doi.org/10.1016/j.jet.2017.01.009

Geng, S., & Özbay, E. Y. (2021). Shortlisting Procedure with a Limited Capacity. *Journal of Mathematical Economics, 94*(1), 102447. https://doi.org/10.1016/j.jmateco.2020.11.003
Horan, S. (2016). A Simple Model of Two-Stage Choice. *Journal of Economic Theory, 162*(1), 372-406. https://doi.org/10.1016/j.jet.2016.01.002
Kelso Jr, A. S., & Crawford, V. P. (1982). Job Matching, Coalition Formation, and Gross Substitutes. Econometrica: *Journal of the Econometric Society, 50*(6), 1483-1504. https://doi.org/10.2307/1913392
Lleras, J. S., Masatlioglu, Y., Nakajima, D., & Ozbay, E. Y. (2017). When More is Less: Limited Consideration. *Journal of Economic Theory, 170*(1), 70-85. https://doi.org/10.1016/j.jet.2017.04.004
Manzini, P., & Mariotti, M. (2007). Sequentially Rationalizable Choice. *American Economic Review, 97*(5), 1824-1839. https://doi.org/10.1257/aer.97.5.1824
Manzini, P., & Mariotti, M. (2012). Categorize then Choose: Boundedly Rational Choice and Welfare. *Journal of the European Economic Association, 10*(5), 1141-1165. https://doi.org/10.1111/j.1542-4774.2012.01078.x
Masatlioglu, Y., Nakajima, D., & Ozbay, E. Y. (2012). Revealed Attention. *American Economic Review, 102*(5), 2183-2205. https://doi.org/10.1257/aer.102.5.2183
Mas-Colell, A., Whinston, M. D., & Green, J. R. (1995). *Microeconomic Theory*: Oxford University Press.
Roth, A. E. (1984). Stability and Polarization of Interests in Job Matching. Econometrica: *Journal of the Econometric Society, 52*(1), 47-57. https://doi.org/10.2307/1911460
Rubinstein, A., & Salant, Y. (2006). A Model of Choice from Lists. *Theoretical Economics, 1*(1), 3-17.
Salant, Y., & Rubinstein, A. (2008). Choice with Frames. *The Review of Economic Studies, 75*(4), 1287-1296. https://doi.org/10.1111/j.1467-937X.2008.00510.x
Sen, A. K. (1971). Choice Functions and Revealed Preference. *The Review of Economic Studies, 38*(3), 307-317. https://doi.org/10.2307/2296384
Sher, I., & il Kim, K. (2014). Identifying Combinatorial Valuations from Aggregate Demand. *Journal of Economic Theory, 153*(1), 428-458. https://doi.org/10.1016/j.jet.2014.07.009
Szpilrajn, E. (1930). Sur l'extension de l'ordre partiel. *Fundamenta mathematicae, 1*(16), 386-389. https://doi.org/10.4064/fm-16-1-386-389
Tyson, C. J. (2008). Cognitive Constraints, Contraction Consistency, and the Satisficing Criterion. *Journal of Economic Theory, 138*(1), 51-70. https://doi.org/10.1016/j.jet.2007.01.019
Tyson, C. J. (2015). Satisficing Behavior with a Secondary Criterion. *Social Choice and Welfare, 44*(3), 639-661. https://doi.org/10.1007/s00355-014-0850-7
Yang, Y.-Y. (2020). Rationalizable Choice Functions. *Games and Economic Behavior, 123*(1), 120-126. https://doi.org/10.1016/j.geb.2020.07.003
Yildiz, K. (2016). List-Rationalizable Choice. *Theoretical Economics, 11*(2), 587-599. https://doi.org/10.3982/TE1298

پیوست: اثبات‌ها

اثبات قضیه ۲

لم ۱. اگر تابع انتخاب C تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود باشد، آن‌گاه $\lhd$ یک رابطهٔ ضدچرخه‌ای[1] خواهد بود.

اثبات. فرض کنید که رابطه $\lhd$ دارای چرخه باشد، آن‌گاه وجود خواهد داشت $\{B_i\}_{i=1}^{n}$، به‌طوری که $B_1 \lhd \cdots B_{n-1} \lhd B_n \lhd B_1$. ابتدا نشان می‌دهیم که $\lhd \subseteq \prec$. طبق تعریف (۴)، $B_i \lhd B_{i+1}$ است اگر و فقط اگر وجود داشته باشد $B_i, B_{i+1} \subseteq S \subseteq S'$، به‌طوری که $B_{i+1} = C(S')$ و $B_i = C(S)$. طبق فرض $B_{i+1} = C(S')$ و $B_i = C(S)$ به‌ترتیب نتیجه می‌دهد $B_{i+1} \in \Gamma(2^{S'})$ و $B_i \in \Gamma(2^{S})$. طبق فرض (۱) نتیجه می‌گیریم که B_{i+1}. با توجه به این‌که هر دو ترکیب B_{i+1} و B_i در S در نظر گرفته شده است (توجه فرد را جلب کرده است) و ترکیب B_i از این مجموعه انتخاب شده است، نتیجه می‌گیریم که این ترکیب به ترکیب B_{i+1} ترجیح دارد. پس $B_i \succ B_{i+1}$. بنابراین، $B_1 \succ \cdots \succ B_{n-1} \succ B_n \succ B_1$ که تناقض است، زیرا $\succ$ رابطه‌ای خطی است و نمی‌تواند دارای چرخه باشد. نتیجه می‌گیریم که اگر تابع انتخاب C تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود باشد، آن‌گاه $\lhd$ یک رابطه ضدچرخه‌ای خواهد بود. حال به اثبات قضیه (۲) می‌پردازیم.

فرض کنید که اصل (۱) نقض شود. طبق تعریف (۴)، به‌ازای برخی از $A, B \subseteq X$ خواهیم داشت $A \lhd B$ و $B \lhd A$. طبق لم (۱)، $\lhd \subseteq \prec$. پس $A \prec B$ و $B \prec A$. البته این نتیجه‌گیری دارای تناقض است، چرا که رابطهٔ $\prec$ خطی است.

اثبات قضیه ۳

شرط لازم. بر اساس تعریف اصل (۲) و همین‌طور تعریف رابطه $\lhd$، نتیجه می‌گیریم که نقض اصل (۲) چرخه‌ای بودن رابطه $\lhd$ را در پی دارد و بالعکس. طبق لم (۱)، اگر تابع انتخاب C تابع انتخاب ترکیبی با توجه محدود باشد، آن‌گاه رابطه $\lhd$ ضدچرخه‌ای است. پس اصل (۲) برقرار است.

شرط کافی. حال فرض کنید که اصل (۲) برقرار است. طبق تعریف، رابطهٔ $\lhd$ ضدچرخه‌ای است.

---

۱. رابطه $\lhd$ دارای چرخه است اگر وجود داشته باشد $\{B_i\}_{i=1}^{n}$، به‌طوری که $B_1 \lhd \cdots \lhd B_{n-1} \lhd B_n \lhd B_1$.

رابطه $\bowtie$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bowtie \equiv \lhd^T \cup D$$

به‌طوری که D رابطهٔ قطری[1] روی مجموعه $P(X)$ است، چون رابطهٔ $\bowtie$ به صورت ترتیب جزئی[2] است. طبق ژپیلران[3] (۱۹۳۰)، هر رابطه ترتیب جزئی را می‌توان به یک رابطه خطی همچون $\succcurlyeq$ تعمیم داد.

تابع محدودیت توجه را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\hat{\Gamma}(2^S) = \{B \in 2^S | \exists S' \supseteq S: B = C(S')\}$$

نشان می‌دهیم که $\hat{\Gamma}$ ویژگی یک تابع محدودیت توجه ترکیبی را دارد. مجموعه S و $\tilde{S}$ و ترکیب $\tilde{B}$ را در نظر بگیرید، به‌طوری که $\tilde{B} \subseteq \tilde{S} \subseteq S$. فرض کنید که $\tilde{B} \in \hat{\Gamma}(2^S)$. طبق تعریف $\hat{\Gamma}$ وجود دارد $S' \in P(X)$، به‌طوری که $S \subseteq S'$ و $\tilde{B} = C(S')$. چون $\tilde{S} \subseteq S'$ طبق تعریف $\hat{\Gamma}$ نتیجه می‌گیریم $\tilde{B} \in \hat{\Gamma}(2^{\tilde{S}})$. پس همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، $\hat{\Gamma}$ ویژگی یک تابع محدودیت توجه ترکیبی را دارد.

حال نشان می‌دهیم که $C(S)$ ترکیب ارجح در مجموعه $\hat{\Gamma}(2^S)$ است. ترکیب $Z \in \hat{\Gamma}(2^S)$ را در نظر بگیرید، به‌طوری که $Z \neq C(S)$. فرض کنید که $Z \succcurlyeq C(S)$. طبق تعریف $\lhd$ می‌دانیم که $C(S) \lhd B$ به‌ازای تمام $B \in \hat{\Gamma}(2^S)$، به‌طوری که $B \neq C(S)$ برقرار است. از آن‌جایی که $\succcurlyeq \subseteq \lhd$ متعاقباً خواهیم داشت $C(S) \succcurlyeq B$. این نتیجه‌گیری دارای تناقض است، چرا که فرض کردیم $Z \succcurlyeq C(S)$. پس $C(S)$ گزینه ارجح در مجموعه $\hat{\Gamma}(2^S)$ با توجه به رابطهٔ ترجیحی $\succcurlyeq$ است. بنابراین، می‌توان گفت تابع انتخابی همچون C وجود دارد، به‌طوری که:

$$C(S) \in M^{\succcurlyeq}(S) = \{A \in \hat{\Gamma}(2^S \setminus \emptyset): \forall B \in \hat{\Gamma}(2^S \setminus \emptyset), (B, A) \notin \succcurlyeq\}$$

تابع انتخاب بالا، ترکیبی با توجه محدود است.

اثبات قضیه ۱

شرط کافی. اگر $A \lhd^T B$ آن‌گاه وجود دارد $\{B_i\}_{i=1}^n$، به‌طوری که $A = B_1 \lhd B_2 \lhd \cdots \lhd B_n = B$. طبق لم (۱) نتیجه می‌گیریم که $A \succ B$. پس A به B ترجیح آشکار دارد.

---

۱. رابطه $D = \{(B, B) \in \mathrm{P}(X) \times \mathrm{P}(X) | B \in \mathrm{P}(X)\}$ رابطهٔ قطری روی مجموعه $P(X)$ است.

۲. رابطهٔ ترتیب جزئی به رابطه‌ای می‌گویند که دارای ویژگی گذرا بودن و ضدتقارن بودن باشد.

3. Szpilrajn

شرط لازم. فرض کنید که $(A. B) \notin \lhd^T$. بر اساس اثبات قضیه (۳)، در این حالت یک رابطهٔ خطی همچون $\gtrsim$ وجود دارد، به‌طوری که $\lhd^T \subseteq \gtrsim$ و $B \gtrsim A$. در اثبات قضیه (۳) نشان دادیم که یک تابع محدودیت توجه ترکیبی همچون $\hat{\Gamma}$ وجود دارد، به‌طوری که $(\hat{\Gamma}, \gtrsim)$ تابع انتخاب فرد را ارائه کند. پس A نمی‌تواند به B ترجیح آشکار داشته باشد.

بنابراین، نتیجه می‌گیریم برای این‌که A به B ترجیح آشکار داشته باشد، شرط و لازم کافی این است که $A \lhd^T B$.

نحوه ارجاع به مقاله:

پهلوان یزدان‌آباد، هادی؛ حسینی، محمد، و فدایی، مهدی (۱۴۰۱). انتخاب ترکیبی و توجه محدود. *نشریه برنامه‌ریزی و بودجه*، ۲۷(۴)، ۲۲-۳.

Pahlevan Yazdanabad, H., Hoseini, M., & Fadaee, M. (2022). Combinatorial Choice and Limited Attention. *Planning and Budgeting*, *27*(4). 3-22.
DOI: https://doi.org/10.52547/jpbud.27.4.3

Copyrights:
Copyright for this article is retained by the author(s), with publication rights granted to Planning and Budgeting. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://Creativecommons.org/licenses/by/4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.