محاسبه کارایی بانک‌های ایران با استفاده از شکل تبعی انعطاف‌پذیر جامع فوریر و تحمیل شرایط نظم نظری

علی طیب‌نیا | Taiebnia@ut.ac.ir

دانشیار دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران (نویسنده مسئول)

آرزو ترشابی | Torshabi_a@Yahoo.com

دانشجوی دکتری دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران

دریافت: ۱۳۹۰/۱۰/۱ | پذیرش: ۱۳۹۰/۱۱/۲۴

چکیده: در مقاله حاضر، با استفاده از یک تابع هزینه با شکل تبعی فوریر و تحمیل شرایط نظم نظری که در نظریه اقتصاد خرد نئوکلاسیک مطرح شده، کارایی هشت بانک ملی، صادرات، ملت، تجارت، سپه، رفاه،کشاورزی و مسکن در دوره ۱۳۸۷-۱۳۷۵ محاسبه شده است. برای محاسبه کارایی، یک روش، محاسبه کارایی از طریق برآورد تابع هزینه بانک‌ها است. برای انتخاب شکل تبعی مناسب تابع هزینه، با توجه به اشکال‌هایی که گالانت (۱۹۸۲) به توابع انعطاف‌پذیر محلی مانند ترنسلوگ مطرح کرد، اقتصاددانان به استفاده از اشکال تبعی پیچیده‌تر سوق یافته‌اند که به شکل‌های تبعی انعطاف‌پذیر جامع مشهور است. علاوه بر این، گالانت و گالوب (۱۹۸۴) نشان داده‌اند که اگر تابع هزینه برآورد شده، از شرایط نظم نظری مانند مثبت بودن، یکنواختی و انحنا برخوردار نباشد، نمی‌توان به نتایج برآورد اتکاء کرد. از این رو، لازم است که شرایط نظم به عنوان قیدهایی بر تابع هدف تحمیل شود. در مقاله حاضر، با استفاده از بهینه‌یابی غیرخطی، روشی که سرلتیس و فنگ (۲۰۰۹) به کار برده‌اند، کارایی بانک‌های ایران محاسبه شده است. بر اساس نتایج پژوهش حاضر، بانک‌های ایران در دوره مذکور به طور متوسط با ۱۵ درصد ناکارایی مواجه است.

کلیدواژه‌ها: شکل‌های تبعی انعطاف‌پذیر، فوریر، شرایط نظم نظری، تابع هزینه، کارایی بانک

فصلنامه علمی - پژوهشی

شاپا (چاپی) ۹۰۹۲-۲۲۵۱

سال شانزدهم | شماره ۳ | پاییز ۱۳۹۰

نمایه در ISC | ص ص ۵۰-۲۳

مقدمه

اشکال تبعی برای تصریح توابع مختلف، مانند تابع تولید، تابع هزینه و سایر توابع، مورد نیاز است. ارو[1] در سال ۱۹۶۱ شکل تبعی زیر را برای تابع تولید با دو نهاده معرفی کرده و نشان داده است که یک کشش جانشینی ثابت آزاد، بین دو نهاده وجود دارد:

$$y = f(x_1,\ x_2) = \gamma\left[\delta x_1^{-r} + (1-\delta)x_2^{-r}\right]^{-\frac{1}{r}} \qquad (۱)$$

همان طور که مشاهده می‌شود کشش جانشینی برای این تابع تولید، ثابت و برابر با $\sigma = \frac{1}{1+r}$ است. اوزاوا[2] (۱۹۶۲) ثابت کرد که اگر تعداد عوامل، بیش از دو مورد باشد، نمی‌توان شکل تبعی برای تابع تولید به دست آورد که مجموعه آزادی را از کشش‌های جانشینی ثابت ارائه کند. به عبارت دیگر، تابع تولید با کشش جانشینی ثابت (CES) نمی‌تواند کشش‌های آزاد[3] را برای بیش از دو عامل حاصل کند (دیورت[4]، ۱۹۷۱)؛ لیکن در تخمین توابع لازم است که شکل تبعی برای تولید انتخاب شود که بتواند مجموعه‌ای از کشش‌ها را در تعداد داده شده عوامل و قیمت‌های عوامل تولید حاصل کند و بنابراین، کشش‌های جانشینی دیگر لزوماً ثابت نخواهد بود. از این رو، شکل‌های تبعی انعطاف‌پذیر به عنوان رویکردی جدید برای تصریح توابع مورد نیاز مانند مطلوبیت، هزینه و تولید جایگزین گردید. مزیت مشترک شکل‌های تبعی انعطاف‌پذیر این است که محدودیتی روی کشش جانشینی عوامل ندارد و اجازه می‌دهد که بازدهی به مقیاس، با سطح محصول تغییر یابد. علاوه بر این، اشکال تبعی انعطاف‌پذیر، به دو دسته یعنی انعطاف‌پذیر محلی و جامع تقسیم می‌شود. گالانت (۱۹۸۲) برخی ترجیحات انعطاف‌پذیری جامع را بر محلی اثبات کرد. وی در مقاله خود، با استفاده از یک تابع انعطاف‌پذیر جامع به نام فوریر که در بخش دوم مقاله معرفی خواهد شد، تابع هزینه‌ای را با تحمیل شرایط نظم نظری تخمین زد. در سال ۲۰۰۹، اقتصاددانانی به نام‌های سرلتیس و فنگ، با تلفیق روش پیشنهادی گالانت برای تخمین تابع هزینه و روش پیشنهادی بیتیس[5] و کورا[6] (۱۹۷۷) برای محاسبه کارایی از روی تابع هزینه، توانستند کارایی بانک‌های ایالات متحده را محاسبه کنند. در مقاله حاضر، روش مذکور برای محاسبه کارایی بانک‌های ایران مورد استفاده قرار گرفته است. پس از مقاله سرلتیس و فنگ (۲۰۰۹)، بررسی حاضر، دومین پژوهش در جهان در چارچوب فوق است.

1. Arrow
2. Uzawa
3. Arbitrary
4. Diewert
5. Batisse
6. Corra

با توجه به مقدمه فوق، ساختار مقاله حاضر به صورت زیر سازماندهی شده است. در بخش اول، کارایی و در بخش دوم، اشکال تبعی انعطاف‌پذیر تعریف و خصوصیات آنها تشریح شده است. در بخش سوم، انواع اشکال تبعی، طبقه‌بندی و معرفی شده‌اند. در بخش چهارم، پیشینه پژوهش بیان شده و در بخش پنجم نیز تابع هزینه فوریر با استفاده از اطلاعات بانک‌های دولتی ایران برآورد و بر اساس آن، کارایی بانک‌های ایران محاسبه شده است. در بخش ششم نیز جمع‌بندی بیان شده است.

ادبیات کارایی

تعاریف کارایی

کارایی، تخصیص مطلوب منابع و بیانگر استفاده حداکثر از منابع یا تحمل حداقل هزینه با فناوری موجود است. در مجموعه‌ای از فعالیت‌ها، هنگامی یک فعالیت از کارایی برخوردار است که مقدار تولید آن افزایش‌پذیر نباشد، مگر اینکه تولید سایر فعالیت‌ها کاهش یابد (امامی میبدی، ۱۳۸۴).

رایج‌ترین مفاهیم کارایی در ذیل بیان شده است:

کارایی فنی

بنگاهی از کارایی فنی برخوردار است که تولید آن در مرز مجموعه ممکن تولید انجام شود که این وضعیت، بیانگر توانایی بنگاه به منظور کسب حداکثر ستانده از یک مجموعه نهاده معین است.

کارایی مقیاس

کارایی مقیاس زمانی حاصل می‌شود که بنگاه در محدوده بازده ثابت نسبت به مقیاس عمل کند. انحراف ستانده واقعی با ستانده‌ای که در نقطه حداقل هزینه متوسط بلندمدت به دست می‌آید، کارایی به مقیاس را اندازه‌گیری می‌کند. اگر تولید در مقیاس بیش از اندازه بزرگ یا بیش از حد کوچک باشد و هزینه‌ها حداقل نگردد، بنگاه دچار ناکارایی مقیاس خواهد شد.

کارایی تخصیصی

کارایی تخصیصی، ترکیب بهینه عوامل تولید و حداقل کردن هزینه با توجه به قیمت نسبی آنهاست. بر اساس کارایی تخصیصی، دلیل تغییر ترکیب استفاده از عوامل تولید، تغییر قیمت آنها است. یک بنگاه کاملاً کارا به لحاظ فنی، ترکیب‌های مختلفی از عوامل تولید را برای سطح معینی از تولید می‌تواند داشته باشد که ترکیب‌های مذکور، کارایی فنی یکسانی دارد، اما هزینه تولید آنها متفاوت است. دلیل تفاوت‌ها نیز وجود قیمت‌های عوامل تولید است.

کارایی اقتصادی

به ترکیب کارایی فنی و تخصیصی، کارایی اقتصادی (یا کارایی هزینه) گفته می‌شود که در واقع، توانایی بنگاه در کسب حداکثر سود با توجه به قیمت و سطح نهاده‌های آن است.

کارایی اقتصادی یا کارایی هزینه، از نسبت حداقل هزینه‌هایی که می‌تواند برای سطح مشخصی از تولید محصول انجام شود، به کل هزینه‌ها در تولید آن سطح از محصول به دست می‌آید.

کارایی X

به ناکارایی ناشی از عواملی مانند فقدان انگیزه، تنبلی نیروی کار و تورش در تصمیم‌گیری‌های انسانی که منجر به بروز رفتار غیرحداکثرسازی شود و مجموعه‌ای از سایر عوامل مشابه که اغلب ناشناخته است، ناکارایی X گفته می‌شد.

روش‌های محاسبه کارایی

دو روش برای محاسبه کارایی وجود دارد. یکی روش غیرپارامتریک که در آن با استفاده از الگوهای برنامه‌ریزی خطی، تابع مذکور محاسبه می‌شود و دیگری روش پارامتریک که در آن، با استفاده از الگوهای رگرسیونی، تابع تولید مرزی برآورد می‌گردد.

روش پارامتریک

روش پارامتریک بر اساس استفاده از الگوهای اقتصادسنجی ایجاد شده است و به روش تحلیل مرزی تصادفی (SFA)[1] مشهور است. SFA از دو مقاله‌ای اخذ شده است که دو گروه تقریباً به طور همزمان، در دو قاره منتشر کردند. میوسن و بروک[2] (MB) در ژوئن ماه ۱۹۷۷ و آیگنر و لاول و اشمیت[3] (ALS) یک ماه بعد از آن، دو مقاله درباره این موضوع منتشر کردند. هر دو مقاله اندکی قبل از انتشار مقاله بیتیس و کورا[4] منتشر شد[5].

ساختار اساسی تابع تولید مرزی تصادفی به شکل زیر است:

$$Y=\beta' X+(U+V) \qquad (۲)$$

به طوری که V جزء اخلال تصادفی، U عامل منفی ناشی از آثار ناکارایی، Y محصول بنگاه، X بردار نهاده‌ها و β بردار پارامترها است. عبارت V+U نامتقارن و غیرنرمال است. انحراف نقاط مشاهده

1. Stochastic Frontier Analysis
2. Meeusen & Broeck
3. Aigner, Lovell & Schmidt
4. Battese & Corra
5. Knox

شده از تابع تولید مرزی، به دو بخش U و V منوط است.

در سال ۱۹۸۲، اشمیت، ماترو ، لاول و جاندرو[1] معروف به JMLS پیشنهاد کردند که ناکارایی می‌تواند بر اساس امید ریاضی شرطی U بر حسب ارزش متغیر تصادفی U+Vε = پیش‌بینی شود. مقدار انتظاری این توزیع شرطی، می‌تواند به عنوان یک برآورد U استخراج شود که با طی مراحلی به فرمول آن، یعنی حاصل می‌شود.

روش غیرپارامتریک

در سال ۱۹۷۸، چارنز، کوپر و رودز[2] (CCR) با برنامه‌ریزی خطی، اندازه‌گیری کارایی را به‌طور عملی معرفی کردند. در حال حاضر، روش مذکور به تحلیل پوششی داده‌ها[3] (DEA) معروف است.

اساس کار روش DEA، مبتنی بر مقایسه است. در این روش، با مقایسه عملکرد تک‌تک بنگاه‌ها، موقعیت آنها نسبت به یکدیگر سنجیده می‌شود و بنگاه‌هایی که بهترین عملکرد را داشته‌اند، به عنوان بنگاه کارا معرفی می‌گردند. بنابراین کارایی به دست آمده از این روش، نسبی است.

در این روش، به تعداد بنگاه‌های موجود در صنعت، برنامه‌ریزی خطی حل می‌گردد و در نهایت، بنگاه‌های کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می‌شود.

در پژوهش حاضر، از روش پارامتریک استفاده شده و با انتخاب شکل تبعی به نام فوریر (که در بخش بعد معرفی خواهد شد) برای تخمین تابع هزینه، کارایی بانک‌ها محاسبه شده است.

تعاریف اشکال تبعی انعطاف‌پذیر

دیورت (۱۹۷۱)، مفهوم انعطاف‌پذیری را در اشکال تبعی فرموله کرد. شکل‌های تبعی انعطاف‌پذیری که دیورت تعریف کرد، طبقه‌ای از توابع است که پارامترهای کافی آزاد برای ایجاد یک تقریب درجه دوم برای هر تابع مشتق درجه دوم پذیر پیوسته دارد. بر اساس تعریف دیورت، تابع زمانی انعطاف‌پذیر نامیده می‌شود که به اندازه کافی پارامتر داشته باشد که با تخمین آن پارامترها، آن تابع و مشتقات درجه اول و دوم آن با تابع اصلی و مشتقات درجه اول و دوم آن در نقطه تقریب برابر باشد. تعریف انعطاف‌پذیری دیورت، بیانگر یک خاصیت محلی است. هر شکل تبعی انعطاف‌پذیر FFF[4] که این تعریف را پوشش دهد، به عنوان تابع انعطاف‌پذیر دیورت شناخته می‌شود (تامپسون[5]، ۱۹۸۸).

1. Schmidt, Materov, Lovell & Jondrow
2. Charnes, Cooper & Rhodes
3. Data Envelopment Analysis
4. Flexible Functional Form
5. Thompson

به زبان ریاضی، تابع $f(x) = f(x_1,x_2,\ldots,X_N)$ و تقریب f^* در هر نقطه x^* باید شرایط زیر را داشته باشد (دیورت و فکس[1]، ۲۰۰۹):

$$\begin{aligned} f(x^*) &= f^*(x^*) \\ \nabla f(x^*) &= \nabla f^*(x^*) \qquad (۳) \\ \nabla^2 f(x^*) &= \nabla^2 f^*(x^*) \end{aligned}$$

بارنت و جوناس[2] (۱۹۸۳ به نقل از سرلتیس و شاهمرادی، ۲۰۰۷) ثابت کردند که یک شکل تبعی، تعریف دیورت را پوشش می‌دهد، البته اگر بتواند همه کشش‌های آزاد را حداقل در یک نقطه در دامنه داده‌ها حاصل کند.

انتقادهایی به توابع انعطاف‌پذیر محلی وارد شده است. برای مثال، گالانت (۱۹۸۱)، نشان می‌دهد که آزمون تابع ترنسلوگ، که یک تابع انعطاف‌پذیر دیورت است، به عنوان یک تابع مطلوبیت غیرمستقیم، به طور جدی اریب است.

وی معیار سابولو[3] را جذاب‌تر از تعریف دیورت برای انعطاف‌پذیری معرفی کرد. این معیار بر اساس اندازه‌گیری از خطای متوسط تقریب در یک مرتبه انتخابی از مشتقات عمل می‌کند و یک خاصیت جامع است و هر شکل تبعی که این خاصیت را داشته باشد، کشش‌های نزدیک به واقعیت را برآورد خواهد کرد. از قوت‌های انعطاف‌پذیری سابولو این است که تقریب‌هایی با تورش متوسط کوچک و تخمین‌زننده‌های سازگار از کشش‌های جانشینی ارائه می‌کند. شکل تبعی که گالانت معرفی می‌کند، تابع فوریر[4] است. سابولو از جذابیت‌ها و مزیت‌هایی برخوردار است، لیکن به دلیل محدودیت‌های خاص آن، هنوز تعریف دیورت بیشتر کاربرد دارد. پیچیدگی نسبی طراحی و تخمین شکل فوریر و نیز ملاحظات لازم برای اندازه نمونه به منظور تخمین شکل تبعی با تعداد پارامترهای مشخص از این جمله است (دیورت و فکس، ۲۰۰۹).

به هر حال، استفاده از FFFs بسیار رو به افزایش است. نظریه دوگانگی نیز به گسترش استفاده از FFFs کمک کرد. اولاً، به این دلیل که با وجود خواصی مانند تقعر یا تحدب و همگنی، نتایج دوگانگی برای هر دو تابع دوگان به دست می‌آید. دوم اینکه، با استفاده از خواص مشتق، لم شفرد و هتلینگ[5] و

1. Fox
2. Jonas
3. Sobolev norm
4. Fourier
5. Shephard lemmas & Hotelling

تعریف روی[1] این امکان فراهم می‌شود که مشتق‌گیری از توابع هزینه یا مطلوبیت، بدون حل تحلیلی این توابع میسر گردد. همچنین آمار مقایسه‌ای به سادگی از طریق خواص توابع غیرمستقیم استخراج می‌شود و سرانجام اینکه شهرت FFFs به دلیل ایجاد امکان تخمین غیرخطی نظام معادلات غیرخطی افزایش یافته است (دیورت و فکس، ۲۰۰۹).

بیشتر شکل‌های تبعی در دسترس، بر اساس توابع درجه دوم حاصل شده از بسط سری‌های درجه دوم است. تابع ترنسلوگ از بسط سری تیلور در حالت لگاریتمی حاصل شده است. الگوی لئونتیف تعمیم‌یافته دیورت از بسط سری تیلور در ریشه‌های مربع[2] حاصل شده و در الگوی لورنت و بارنت، از بسط سری لورنت استفاده شده است (بارنت، ۲۰۰۶). شکل تبعی AIM از بسط سری مانتز- اسزتز[3] و شکل فوریر نیز از بسط فوریر حاصل شده است.

بسط‌های تیلور و لورنت انعطاف‌پذیر دیورت است، لیکن فوریر انعطاف‌پذیر سابولو است. هر یک از بسط‌های مذکور و هر طبقه‌ای از FFFs معایب و محاسنی دارد که البته توابع انعطاف‌پذیر جامع، از معایب کمتری برخوردار است.

انواع اشکال تبعی

شکل‌های تبعی به سه گروه تقسیم می‌شود که عبارت است از انعطاف‌پذیر محلی[4]، جامع[5] و گروه جامع مؤثر منظم[6] که بین این دو گروه است (فیشر، فلیسیگ و سرلتیس، ۲۰۰۲).

اشکال تبعی انعطاف‌پذیر محلی

محلی بودن به این معناست که برآورد تابع جامعه آماری اصلی با استفاده از اطلاعات نمونه، حداقل در یک نقطه یا در محدوده کوچکی، بر تابع اصلی منطبق خواهد بود. به عبارت دیگر، کشش‌های جانشینی حتی در یک نقطه، حاصل خواهد شد. همچنین توابعی وجود دارد که به توابع انعطاف‌پذیر جامع مشهور است و انعطاف‌پذیری بیشتری نسبت به توابع محلی دارد. تقریب‌های این توابع در همه نقاط، منطبق بر تابع اصلی است.

برخی از اشکال مشهور تبعی انعطاف‌پذیر محلی عبارت است از:

1. Roy
2. Square Roots
3. Montz-Szatz
4. Locally
5. Global
6. Effectively Globally Regular

الگوی لئونتیف تعمیم‌یافته[۱]

دیورت (۱۹۷۱) تابع فوق را معرفی کرد. وی در سال ۱۹۷۴، این تابع را برای مطلوبیت غیرمستقیم ارائه کرد و به صورت زیر نشان داد:

$$h(v)=\alpha+\sum_{i=1}^{n}\alpha_i v_i^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{J=1}^{n}\beta_{ij}v_i^{\frac{1}{2}}v_j^{\frac{1}{2}} \qquad (۴)$$

که $v=(v_1,v_2,...,v_n)$ و $v_i=\frac{p_i}{y}$ هزینه واحد نرمال شده با قیمت برای کالای i است. یک شرط کافی برای نظم نظری این است که $\beta_{ij}>0 \quad , \quad \alpha_i>0$.

کیوز[۲] و کریستن سن[۳] (۱۹۸۰، به نقل از سرلیتس، ۲۰۰۱) نشان داده‌اند که لئونتیف تعمیم‌یافته، زمانی که ترجیحات هموتتیک و جانشینی کم است، خواص محلی مورد نیاز را تأمین می‌کند. بنابراین، به اعتقاد آنها از آنجایی که ترجیحات، لزوماً هموتتیک و جانشینی نیز لزوماً کم نیست، لئونتیف تعمیم‌یافته ناحیه منظم کوچکی دارد.

قیود تقارن و همگنی $(\beta_j=\beta_j)$ و $(\sum\alpha_i=1)$ در تخمین‌ها تحمیل می‌شود.

به اعتقاد دیورت و والس[۴] (۱۹۸۷)، شکل تابع هزینه لئونتیف تعمیم یافته به صورت زیر است:

$$C(p,y,t)=\sum_i\sum_j b_{ij}p_i^{\frac{1}{2}}p_j^{\frac{1}{2}}y_i+\sum_i b_{it}p_i t y_i. \qquad (۵)$$

که هزینه تابعی از قیمت نهاده، p، مقدار ستانده y و زمان t در نظر گرفته شده است.

الگوی ترنسلوگ بیسیک[۵]

شکل ترنسلوگ بیسیک که کریستن سن (۱۹۷۵) معرفی کرده است، برای یک تابع مطلوبیت غیرمستقیم می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$Lnh(v)=\alpha_0+\sum_{i=1}^{n}\alpha_i Lnv_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\beta_j Lnv_i Lnv_j \qquad (۶)$$

که یک تابع مطلوبیت غیرمستقیم با استفاده از بسط مرتبه دوم سری تیلور است. تقارن و همگنی

---

1. The Generalized leontief
2. Caves
3. Christensen
4. Wales
5. The Basic Translog Model

نیاز دارد که $\beta_{ij} = \beta_{ji} \ , \ \sum \alpha_i = 1$ بر تخمین‌ها تحمیل شود. گوکی[1] (۱۹۸۳) نشان داده است که فقط اگر ترجیحات کاب-داگلاس باشد، ترنسلوگ به طور جامع منظم[2] است (شرایط نظم نظری را دارد). به این معنی که اگر جانشینی بین همه کالاها نزدیک یک باشد، ترنسلوگ خوب عمل می‌کند. این وضعیت نشان می‌دهد که وقتی جانشینی از یک دور شود، شرایط نظم نظری به سرعت از بین می‌رود.

بر این اساس، شکل ترنسلوگ تابع هزینه به صورت زیر خواهد بود:

$$LnC(p,y) = \ln(y) + \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i Lnp_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij} Lnp_i Lnp_j \qquad (۷)$$

فرم درجه دوم نرمال شده[3] (NQ)

شکل NQ دیورت و والس (۱۹۸۷) از تابع مطلوبیت غیرمستقیم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h(v) = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i v_i + \frac{1}{2}\Big(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij} v_i v_j \Big/ (\sum_{i=1}^{n} \alpha_i v_i) \Big) + \sum_{i=1}^{n} \theta_i \log v_j \qquad (۸)$$

که $\theta = \left[\theta_1 \ \text{æ} \ \theta_2 \ , \ ..., \theta_n \right]$ و $b = \left[b_1 \ \text{æ} \ b_2 \ , \ ..., b_n \right]$ درایه‌های ماتریس متقارن $\beta = \left[\beta_{ij}\right]_{n \times n}$ همگی پارامترهای ناشناخته‌ای هستند که باید تخمین زده شوند. عامل درجه دوم در معادله فوق با تقسیم بر یک تابع خطی $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i v_i$ نرمال شده است.

بدین ترتیب، شکل تابع هزینهNQ به صورت زیر خواهد بود:

$$C(p,y) = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i p_i y + \frac{1}{2} y \Big(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij} p_i p_j \Big/ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i p_i \Big) \qquad (۹)$$

اشکال تبعی انعطاف‌پذیر جامع به طور موثر منظم[4]

الگوی مین‌فلکس‌لورنت[5]

بارنت و جوناس (۱۹۸۳ به نقل از سرلتیس و شاهمرادی، ۲۰۰۷) و بارنت و همکاران (۱۹۸۵ به نقل از سرلتیس، ۲۰۰۱) شکل‌های تبعی را که در آن از بسط سری لورنت استفاده می‌شود، به عنوان سازوکار تقریب توسعه دادند. فول لورنت (FL) که بارنت و جوناس (۱۹۸۳ به نقل از سرلتیس

1. Guikey
2. Regular
3. Normalized Quadratic
4. Effectively Globally Regular Functional Form
5. Min Flex Laurent

و شاهمرادی، ۲۰۰۷) به تعریف آن پرداخته‌اند، بر اساس تابع مطلوبیت غیرمستقیم متقابل مرتبه دوم لورنت به صورت زیر است:

$$h(V) = a_0 + 2\sum_{i=1}^{n} a_i V_i^{\frac{1}{2}} + \sum\sum a_j V_i^{\frac{1}{2}} V_j^{\frac{1}{2}} - 2\sum b_i V_i^{-\frac{1}{2}} - \sum\sum b_j V_i^{-\frac{1}{2}} V_j^{-\frac{1}{2}} \qquad (۱۰)$$

چنانچه $a_{ij}b_{ij} = 0 \ , \ b_{ij} = 0 \ , \ b_i = 0$، تابع مطلوبیت غیرمستقیم مین فلکس لورنت به دست می‌آید.

$$h(v) = a_0 + 2\sum_{i=1}^{n} a_i V_i^{\frac{1}{2}} + \sum_{i=1}^{n} a_i V_i + \sum_{i=1}^{n} a_i^{2} V_i^{\frac{1}{2}} V_J^{\frac{1}{2}} - \sum\sum b_i^{2} V_j^{-\frac{1}{2}} V_j^{-\frac{1}{2}} \qquad (۱۱)$$

الگوی مین فلکس لورنت، شکلی خاص از الگوی فول لورنت است.

تابع هزینه شکل تابعی مین فلکس لورنت به صورت زیر است:

$$C(p) = a_0 + 2\sum_{i=1}^{n} a_i p_i^{\frac{1}{2}} + \sum_{i=1}^{n} a_{ii} p_i + \sum_{i=1}^{n} a_i^{2} p_i^{\frac{1}{2}} p_J^{\frac{1}{2}} - \sum\sum b_i^{2} p_j^{-\frac{1}{2}} p_j^{-\frac{1}{2}} \qquad (۱۲)$$

اشکال تبعی انعطاف‌پذیر جامع

تقریب‌های توابع انعطاف‌پذیر جامع در همه نقاط، بر تابع اصلی منطبق می‌شود و از این رو، انعطاف‌پذیری بیشتری نسبت به توابع انعطاف‌پذیر محلی دارد.

الگوی ایده‌آل مجانبی[1]

بارنت و جوناس[2] (۱۹۸۳ به نقل از سرلتیس و شاهمرادی، ۲۰۰۷) شکل تبعی انعطاف‌پذیر ایده‌آل مجانبی را معرفی کردند و بارنت، گویک[3] و ولف[4] در سال ۱۹۹۱ آن را توضیح و مورد استفاده قرار دادند.

با استفاده از چارچوب گالانت (۱۹۸۱) بارنت و جوناس (۱۹۸۳ به نقل از سرلتیس و شاهمرادی، ۲۰۰۷) و بارنت و یو[5] (۱۹۸۸ به نقل از سرلتیس و شاهمرادی، ۲۰۰۷) شکل تبعی ایده‌آل مجانبی از بسط سری مانتز –اسزتز[6] توسعه یافت.

1. The Asymptotically Ideal Model (AIM)
2. Jonas
3. Geweke
4. Wolfe
5. Yue
6. Muntz-Szatz

$$h_k(\nu) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{n} a_{ik} \nu_i^{\lambda(k)} + \sum_{k=1}^{K} \sum_{m=1}^{K} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ijkm} \nu_i^{\lambda(k)} \nu_j^{\lambda(m)} \right) + \dots \qquad (۱۳)$$

$$\lambda(k) = 2^{-k}$$

$$\mathrm{k} = ۱, \dots, \infty$$

رتبه سری مانتز اسزتز به طور تجربی تعیین می‌شود.

بدین ترتیب، تابع هزینه ایده‌آل مجانبی به صورت زیر است:

$$C(p, y) = y \sum a_z \prod_{j=1}^{2^n} (p_j)^{2^{-n}} \qquad (۱۴)$$

که n مرتبه توزیع و a_z پارامترهای ناشناخته است.

شکل تبعی انعطاف‌پذیر فوریر[1]

سری‌های فوریه

گاهی اوقات لازم است که معادله منحنی را به دست آوریم که از تعداد نقاط معینی واقع در سطح XY عبور می‌کند. به دست آوردن چنین معادله‌ای به طرق مختلف مقدور است. مثلاً اگر سه نقطه داده شده باشند، ضرایب معادله

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \qquad (۱۵)$$

را می‌توان طوری انتخاب کرد که سهمی حاصله از سه نقطه مذکور عبور کند. اگر مختصات سه نقطه در (۱۵) قرار داده شود، سه معادله به دست می‌آید که با حل آن می‌توان a_0، a_1 و a_2 را تعیین کرد. اگر چهار نقطه داده شده باشد، نمی‌توان a_0، a_1 و a_2 را طوری مشخص کرد که معادله حاصل، از هر چهار نقطه عبور کند. ولی ممکن است که ضرایب معادله زیر به نحوی تعیین شود که از هر چهار نقطه بگذرد.

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \qquad (۱۶)$$

معادله یک منحنی که از تعدادی نقاط معین می‌گذرد، معادله خاصی نیست. مثلاً اگر چهار نقطه داده شده باشد، ممکن است منحنی به شکل معادله (۱۶) به دست آورد که از نقاط مذکور عبور کند. همچنین می‌توان ضرایب $y = b_0 + b_1 x + b_2 \sin x + b_3 x^5$ را طوری تعیین کرد که این منحنی از چهار نقطه مورد بحث بگذرد. واضح است که این منحنی بر منحنی منطبق نیست که به وسیله (۱۶) مشخص شده است. نوع منحنی به نحوه دلخواه تغییرپذیر است، ولی تعداد ضرایبی که باید تعیین

1. Fourier Flexible Functional Form

شود، با تعداد نقاط داده شده، باید مساوی باشد.

وقتی منحنی به وسیله $y = f(x)$ تعریف شود، امکان آن هست که منحنی زیر را

(۱۷)

$$y = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \ldots + a_n Cosnx + b_0 + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + ..b_n \sin nx$$

از هر ۲n+۱ نقطه از $y = f(x)$ در فاصله x =۰ تا $x = 2\pi$ عبور داد. فوریر تابع $f(x)$ را توسط سری بی‌پایان در جملات مثلثاتی[1] به وجود آورد.

نمایش تابع $f(x)$ در سری تیلور، مستلزم آن است که $f(x)$ از همه مشتقات رتبه‌های بالاتر برخوردار باشد، ولی بسط سری مثلثاتی فوریه $\sum_{n=0}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ برای گروه توابع بیشتری امکان‌پذیر است. در حقیقت بسیاری از توابع تناوبی که از تعداد معینی نقاط ناپیوسته معمولی برخوردار باشند، می‌توان در سری مثلثاتی فوریه بسط داد.

شکل تبعی فوریر

یک ترکیب خطی از توابع سینوس و کسینوس که سری فوریر[2] نامیده می‌شود، می‌تواند دقیقاً تابع چندمتغیره خوش‌رفتار را نشان دهد. بنابراین، پژوهشگری که شکل تبعی درست تابع هزینه را نمی‌شناسد، می‌تواند با استفاده از یک سری فوریر از خطای تصریح جلوگیری کند.

نمایش یک تابع با یک سری فوریر یک مشکل را حل می‌کند و مشکل دیگری را ایجاد می‌کند. مشکل طراحی را حل و خطای تقریب را ایجاد می‌کند. نمایشی دقیق از یک تابع، به یک تابع فوریر نیاز دارد که تعداد نامحدودی موارد مثلثاتی داشته باشد. اما از آنجایی که ضرایب این موارد، باید با مجموعه‌ای از داده‌های محدود مشاهدات تخمین زده شود، پژوهشگر ناچار است از مجموعه محدودی موارد مثلثاتی استفاده کند که خطای تقریب را افزایش می‌دهد.

به اعتقاد گالانت (۱۹۸۲) می‌توان این خطای تقریب را با ترکیب کردن سری فوریر با یک شکل درجه دوم کنترل کرد. دلیل دیگر این ترکیب، عدم سازگاری ساختار مثلثاتی با داده‌های اقتصادی است. وی نام این ترکیب را شکل تبعی فوریر[3] می‌گذارد. زمانی که متغیرهای مستقل و وابسته لگاریتمی باشند، شکل درجه دوم یک تابع ترنسلوگ است.

شکل تبعی فوریر به صورت زیر نشان داده می‌شود:

1. Trigonometric
2. Fourier
3. Fourier Functional Form

(۱۸)

$$Y_t = u_0 + b_t z_t + \frac{1}{2} z'_t A z_t + \sum \left\{ u_{0\alpha} + 2\sum \left(u_{j\alpha} \cos\left(j\lambda k'_\alpha z_t \right) - \upsilon_{j\alpha} \sin\left(j\lambda k'_\alpha z_t \right) \right) \right\}$$

$z_t = (l_t \;,\; q_t)$ یک بردار از متغیرهای برونزا و $\beta = (b, \tilde{u}, \tilde{v})$ پارامتر هستند.

پیشینه پژوهش

پژوهش‌های بسیاری برای محاسبه کارایی بنگاه‌های اقتصادی مختلف از جمله بانک‌ها در جهان و ایران انجام شده است. پژوهش‌های معدودی نیز در جهان به منظور برآورد اشکال تبعی انعطاف‌پذیر، مانند AIM با هدف برآورد توابع اقتصادی مانند تقاضای پول انجام شده است که شرایط نظم نظری نیز در این برآوردها مورد توجه قرار گرفته و به عنوان قید بر تابع تحمیل شده است.

سرلیتس و فنگ با استفاده از تابع فوریر با تحمیل شرایط نظم نظری، در سال ۲۰۰۹ به محاسبه کارایی بانک‌های ایالات متحده پرداختند. در پژوهش مذکور، کارایی و بهره‌وری بانک‌های ایالات متحده در سال‌های ۱۹۹۸ تا ۲۰۰۵، با استفاده از یک تابع فوریر محاسبه شده و برای اولین بار، قیود نظری نیز بر الگوی فوریر تحمیل شده است. بر اساس نتایج پژوهش مذکور، در نظر نگرفتن قیود نظری مانند تقعر تابع هزینه، باعث خطا در برآورد تابع و خطا در رتبه‌بندی بانک‌ها به لحاظ کارایی خواهد شد.

برآورد تابع هزینه و محاسبه کارایی در بانک‌های ایران

در پژوهش حاضر، الگوی انعطاف‌پذیر جامع فوریر تصریح می‌شود که گالانت (۱۹۸۲) معرفی کرده است. با استفاده از الگوی مذکور، تابع هزینه برای بانک‌های کشور تخمین زده می‌شود. سپس با استفاده از روشی که بیتیس و کوئلی (۱۹۹۲) مطرح کردند، کارایی بانک‌های مذکور با استفاده از داده‌های سال‌های ۱۳۷۵ تا ۱۳۸۷ محاسبه می‌گردد.

تابع هزینه شامل جزء ناکارایی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$C_t = f(X_t, \rho)\tau_t \varsigma_t \qquad (۱۹)$$

هزینه مشاهده شده برای بانک مورد نظر در زمان t است. این هزینه به سه جزء تقسیم می‌شود:

- تابع $f(X_t, \rho)$ که به متغیرهای برونزای P_3, P_2, P_1 قیمت نهاده‌ها و q مقدار ستانده و

ρ بردار پارامترها منوط است و حداقل هزینه ممکن تولید برای سطح داده شده ستانده با قیمت‌های نهاده ثابت را نشان می‌دهد.

- یک جزء غیرمنفی $\tau_t \geq 1$ که ناکارآمدی بنگاه را اندازه می‌گیرد.
- یک جزء تصادفی ς_t که ناشی از عوامل کنترل‌ناپذیر و تصادفی است.

بر اساس مباحث نظری اقتصاد خرد، یک تابع هزینه مشخصاتی دارد. تابع هزینه برآوردی باید از مشخصاتی برخوردار باشد که در اینجا شرایط نظم نظری نامیده می‌شود. بدین ترتیب، f یک تابع همگن خطی، مقعر نسبت به قیمت نهاده‌ها و غیرکاهنده نسبت به قیمت نهاده‌ها و ستانده است.

تابع لگاریتمی خطی تابع فوق به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$c_t = \alpha + x_t'\beta + u_t + v_t \qquad (۲۰)$$

که $v_t = Ln\varsigma_t$ و $c_t = LnC_t \;,\; \alpha + x_t'\beta = Lnf(X_t, \rho) \;,\; u_t = \hbar\ \tau_t \geq 0$

حاصل لگاریتمی کردن قیمت عوامل تولید و مقدار ستانده، تبدیل به است.

β یک بردار $K\times1$ از پارامترها و α مقدار ثابت است. بنابراین جزء خطا (پسماند) یا ترکیب $\varepsilon_t = u_t + v_t$ دو بخش را شامل می‌شود که u_t میزان ناکارآمدی بنگاه را نشان می‌دهد و v_t بخش تصادفی است. به تبعیت از بیتیس و کورا[1] (۱۹۷۷) فرض شده است که u توزیع نرمال غیرمنفی منقطع با میانگین صفر و واریانس مثبت σ_u^2 داشته باشد.

خطای v_t همان خطای اندازه‌گیری ناشی از عوامل کنترل‌ناپذیر است.

کارایی هزینه بنگاه در زمان t، نسبت حداقل هزینه قابل دست‌یابی به هزینه واقع شده است:

$$CE_t = \frac{f(X_t, \rho)\varsigma_t}{C_t}$$
$$= \exp(\alpha + x_t'\beta + v_t - c_t)$$
$$= \exp(-u_t) \qquad (۲۱)$$

که $CE_t \leq 1$ اگر این نسبت برابر با یک باشد، در این صورت کارایی ۱۰۰ درصد است و

$$c_t = (\alpha + x_t'\beta + v_t)$$

طراحی تابع هزینه با استفاده از شکل تبعی فوریر

در پژوهش حاضر، با توجه به محاسن شکل تبعی انعطاف‌پذیر جامع فوریر که در بخش قبل تبیین

1. Battese & Corra

گردید، تابع هزینه فوریر برای تصریح تابع هزینه انتخاب شده است:

فرض شده است که $c_t = \alpha + x_t'\beta + u_t + v_t$ یک تابع هزینه فوریر با N نهاده و M ستانده به صورت زیر باشد:

$$c_t = u_0 + b'z_t + \frac{1}{2}z_t'Az + \sum_{\alpha=1}^{E}\left\{u_{0\alpha} + 2\sum_{j=1}^{J}\left(u_{j\alpha}\cos(j\lambda k_\alpha' z_t) - \upsilon_{j\alpha}Sin(j\lambda k_\alpha' z_t)\right)\right\} + u_t + v_t \qquad (۲۲)$$

که

$$g(l_t, q_t) = u_0 + b'z_t + \frac{1}{2}z_t'Az + \sum_{\alpha=1}^{E}\left\{u_{0\alpha} + 2\sum_{j=1}^{J}\left(u_{j\alpha}\cos(j\lambda k_\alpha' z_t) - \upsilon_{j\alpha}Sin(j\lambda k_\alpha' z_t)\right)\right\} \qquad (۲۳)$$

$\beta = (b, \tilde{u}, \tilde{v})$ در معادله فوق، پارامترهایی است که باید تخمین زده شود.

$z_t = (l_t, q_t)'$ برداری از N لگاریتم قیمت نهاده و M لگاریتم مقدار ستانده تغییر مقیاس داده شده با ابعاد $(M+N)\times t$ و t طول سری زمانی است.

فرایند تغییر مقیاس p و q ها به همان صورتی است که گالانت (۱۹۸۲) پیشنهاد کرده و سرلتیس و فنگ (۲۰۰۹) مورد استفاده قرار داده‌اند:

$$l_n = LnP_n + Lna_n > 0 \qquad n = 1,....., N$$
$$q_m = \mu_m\left(Lny_m + Ln\ \tilde{a}_m\right) > 0 \qquad m = ۱,....., M \qquad (۲۴)$$

که Pn قیمت نهاده n و y_m مقدار محصول m و پارامترهای Lna_m , Lna_m به صورت زیر هستند:

$$Lna_n = -\min\{LnP_n\} + 10^{-5}$$
$$Ln\tilde{a}_n = -\min\{Lny_m\} + 10^{-5} \qquad (۲۵)$$

$A = -\sum_{\alpha=1}^{E} u_{0\alpha}\lambda^2{}_{\kappa}\, k_\alpha k_\alpha'$ ، λ عامل تغییر مقیاس و بر اساس محاسبه گالانت (۱۹۸۲) برابر است با:

$$\lambda = (2\pi - \varepsilon)/\max(l, q)$$

که $0 < \varepsilon < 2\pi$. به نظر گالانت، بهترین انتخاب $2\pi - \varepsilon = 6$ است.

از آنجایی که یک سری فوریر، یک تابع متناوب است و تابع هزینه این چنین نیست، مقیاس داده‌ها مهم است. در کاربردهای عملی، برای اجتناب از واگرایی تقریب از تابع هزینه درست، داده‌ها باید با یک عامل مقیاس مشترک، λ، تغییر مقیاس داده شود. از این رو، با این تغییر مقیاس، قیمت نهاده‌ها و مقادیر ستانده در دامنه تکرار شونده $\left[0 \quad , \quad 2\pi\right]$ قرار می‌گیرد.

K_α یک بردار مالتی ایندکس به ابعاد $(N+M)\times E$ است. مالتی ایندکس یک مفهوم و نوشتار ریاضی است که تعمیم‌های چندمتغیره را از نوشتارهای یک‌متغیره تسهیل می‌کند. برای مثال، یک مالتی ایندکس $\alpha=[\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n]$ برای نوشتارهای زیر مفید است:

$$x^\alpha = \prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha i} \qquad (۲۶)$$

$$\alpha! = \prod_{i=1}^{n} \alpha_i$$

گالانت (۱۹۸۲) از مالتی ایندکس $|k_\alpha|^* = \sum_{i=1}^{n}|k_{i\alpha}|$ برای تسهیل بیان مشتقات جزئی مراتب بالا و بخش مثلثاتی تابع $g(l,q)$ استفاده می‌کند. به تبعیت از گالانت، این شاخص با استفاده از قوانین زیر ساخته می‌شود:

- بردار صفر و هر $k\alpha$ای که عامل غیرصفر اول آن منفی باشد، حذف شود.
- شروط $\sum_{i=1}^{N} k_{i\alpha}=0$ و $k_{i\alpha}\leq N$ برقرار باشد.

با توجه به این قوانین، بردار مالتی ایندکس با ابعاد $(N+M)\times E$ در پژوهش حاضر به صورت ماتریس زیر است:

$$K=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

پارامترهای E (تعداد موارد سینوس و کسینوس) و J (درجه تقریب)، درجه تناوب‌های فوریر را تعیین می‌کند. در پژوهش‌های انجام شده j=۱ در نظر گرفته شده است. تابع هزینه فوریر تعداد $1+(N+M)+E(1+2)$ پارامتر آزاد دارد که u_0، (N+M)b، $Eu_{0\alpha}$، Eu_α، Eu_α و Ev_α را شامل می‌شود. برای انتخاب تعداد مناسب E، چالفانت[1] و گالانت (۱۹۸۵) و ایستوود[2] و گالانت (۱۹۹۱) سازوکار خاصی را مطرح کرده‌اند. به اعتقاد آنها، برای داشتن برآوردهای سازگار، بهتر است تعداد پارامترها برابر با تعداد مشاهدات مؤثر، به توان $\frac{2}{3}$ باشد. در این پژوهش، با تعداد مشاهدات مؤثر ۱۵۶=۳×۵۲ (به دلیل برآورد یک تابع هزینه با سه نهاده)، تعداد پارامترهای آزاد باید تقریباً برابر با ۱۵۶ به توان $\frac{2}{3}$ باشد. بدین ترتیب، تعداد پارامترهای مناسب با توجه به تعداد مشاهدات در این پژوهش ۲۹ و تعداد مناسب E نیز ۸ است.

1. Chalfant
2. Eastwood

۲. تحمیل شرایط نظم نظری در برآورد الگو

با توجه به مباحث نظری اقتصاد خرد، تابع هزینه فوریر باید شرایط نظری شامل مثبت بودن، همگنی، یکنواختی و تقعر را داشته باشد. بدون برقراری شروط فوق، «شرایط مرتبه دوم رفتار بهینه‌یابی برقرار نخواهد شد و در نتیجه، قضیه دوگانگی[1] معتبر نیست. در نتیجه شرایط مرتبه اول، توابع تقاضا و غیره نامعتبر خواهد بود» (بارنت، ۲۰۰۲).

شرط مثبت بودن هزینه در ابتدا تحمیل نمی‌شود. اما بعد از برازش الگو، وجود آن در تابع برازش شده بررسی می‌گردد.

همان طور که گالانت (۱۹۸۲) و گالانت و گالوب (۱۹۸۴) بیان کرده‌اند، محدودیت همگن خطی بودن تابع هزینه فوریر از طریق تغییر پارامتر دادن[2] تحمیل می‌شود. دو شرط زیر به این منظور بیان می‌شود:

$$\sum_{n=1}^{N} b_n = 1 \qquad (۲۷)$$

$$\tilde{u}_{j\alpha} = \tilde{v}_{j\alpha} = 0 \qquad f \quad \sum_{n=1}^{N} k_{n\alpha} \neq 0 \qquad (۲۸)$$

قید اول از طریق تحمیل شرط $b_3 = 1 - b_1 - b_2$ و قید دوم با استفاده از مالتی ایندکس فوق اعمال می‌گردد.

برای بررسی شرایط یکنواختی و تقعر، روابط زیر بیان می‌شود:

برای یکنواختی لازم است:

$$\frac{\partial[f(p,y)]}{\partial z} > 0$$

لازم است شرط یکنواختی بر اساس تابع g نوشته شود:

$$\nabla g \equiv \frac{\partial[g(l,q)]}{\partial z} \quad , \quad \nabla^2 g = \frac{\partial[\nabla g(l,q)]}{\partial z} \quad , \quad z = (l,q) \qquad (۲۹)$$

با توجه به معادلات (۲۹) می‌توان نوشت:

$$g(l,q) = Lnf\left(p_1,\ldots\ldots, p_n, y_1,\ldots\ldots y_m\right) \qquad (۳۰)$$

$$Ln \quad f\left(\frac{e^{l_1}}{a_1},\ldots\ldots,\frac{e^{L_n}}{a_n},\frac{e^{q_1}}{\tilde{a}_1},\ldots\ldots,\frac{e^{q_m}}{\tilde{a}_m}\right)$$

که $f\left(p_1,\ldots\ldots, p_n, y_1,\ldots\ldots y_m\right)$ هزینه مرزی مطابق با تابع هزینه فوریر است. با مشتق‌گیری جزئی

1. Duality Theory
2. Reparameterization

از دو طرف (۲۴) نسبت به z معادله زیر حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial[f(p,y)]}{\partial z} = f(p,y)Z^{-1}\nabla g \qquad (۳۱)$$

که Z یک ماتریس قطری با قیمت نهاده $(p_1,......,p_N)$ و ستانده $(y_1,.....,y_M)$ روی قطر اصلی است. $f(p,y)$ و Z^{-1} هر دو مثبت هستند. از این رو، برای یکنواختی یعنی برای اینکه $\frac{\partial[f(p,y)]}{\partial z} > 0$ لازم است:

$$\nabla g_l = \frac{\partial[g(l,q)]}{\partial l} > 0 \qquad (۳۲)$$

$$\nabla g_q = \frac{\partial[g(l,q)]}{\partial q} > 0$$

برای تقعر تابع هزینه نسبت به قیمت نهاده‌ها لازم است که ماتریس هشین، H، تابع هزینه $f(p,y)$، شبه معین[۱] منفی باشد. برای هر تابع هزینه‌ای که به صورت لگاریتمی نوشته شده باشد، می‌توان نوشت:

$$H_{nm} = \left(s_n^{-1}\nabla s_m + s_m - \delta_m\right)\frac{X_n(\rho,y)}{p_m} \qquad n,m = 1,2,....,N \qquad (۳۳)$$

که H_{nm} درایه nامین سطر و mامین ستون ماتریس هشین است، s_n سهم هزینه‌ای نهاده n است. مشتق ∇s_{nm} نسبت به نهاده m است. X_n تقاضای نهاده n است. $\delta_{nm} = 1$ اگر n=m و برای $n \neq m$ صفر است. با توجه به اینکه $S_n = \nabla g_n$ می‌توان نوشت[۲]:

$$H_{nm} = \left(\nabla g_n^{-1}\nabla^2 g_m + \nabla g_m - \delta_m\right)\frac{X_n(p,y)}{p_m} \qquad ,n,m = 1,2,...,N \qquad (۳۴)$$

با توجه به اینکه X_n ، ∇g_m ، p_m غیرمنفی هستند، رابطه (۳۴) دلالت می‌کند که تقعر ماتریس هشین نیاز دارد به اینکه:

(۳۵) $G = \nabla^2 g + \nabla g \nabla' g - diag(\nabla g)$ ، یک ماتریس شبه معین منفی باشد.

بنابراین، علاوه بر قیود مربوط به همگن بودن معادلات (۳۲) و (۳۵) دو قیدی است که باید بر تابع هزینه فوریر تعریف شده در معادله (۲۳) تحمیل شود.

به تبعیت از گالانت و گالوب (۱۹۸۴) و سرلتیس و فنگ (۲۰۰۹)، به منظور برآورد پارامترها، از

1. Semidefinite

۲. سرلتیس و فنگ (۲۰۰۹) این معادله را اثبات کرده‌اند.

رویکرد بهینه‌یابی غیرخطی مقید استفاده می‌شود. تابع هدف (۲۳) یک تابع هزینه با جزء پسماند مرکب است و برای محاسبه کارایی لازم است که جزء ناکارایی از این جزء پسماند بیرون کشیده شود، از این رو، با استفاده از روش بیتیس و کورا (۱۹۷۷) تغییر پارامترهای زیر انجام می‌شود:

$$\sigma_s^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 \qquad (۳۶)$$

$$\gamma = \sigma_u^2 / \sigma_s^2 \qquad (۳۷)$$

دو پارامتر σ_s^2 و γ با استفاده از روش تغییر پارامتر دادن که بیتیس و کورا (۱۹۷۷) مطرح کردند، در فرایند بهینه‌یابی وارد می‌گردد و به همراه سایر پارامترها تخمین زده می‌شود.

تابع حداکثر راست نمایی مورد استفاده که مبنای آن را بیتیس و کورا (۱۹۷۷) استخراج کرده‌اند، در ذیل بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \ln L(\varphi(\theta)) = & -\frac{1}{2}T[\ln(2\pi) + \ln(\sigma_s^2)] - \frac{1}{2}(T-1)\ln(1-\gamma) \\ & -\frac{1}{2}\ln[(1+(T-1)\gamma] - \ln(\frac{1}{2}) + \ln(1-\Phi(-z^*)) + \frac{1}{2}z^{*2} \\ & -\frac{1}{2}[c_t - (\alpha + x_t'\beta)]'[c_t - (\alpha + x_t'\beta)] /[(1-\gamma)\sigma_s^2] \end{aligned} \qquad (۳۸)$$

که $z^* = \gamma[c_t - (\alpha + x_t'\beta)]/\{\gamma(1-\gamma)\sigma_s^2[1+(T-1)\gamma]\}^{1/2}$

و $\theta = (\beta, \sigma_s^2, \gamma)$ پارامترهایی است که باید تخمین زده شود. $\Phi(.)$ تابع توزیع متغیر تصادفی نرمال استاندارد است.

از این رو، هدف حداکثرسازی تابع راست‌نمایی یا حداقل‌سازی $-\ln L(\varphi(\theta))$ است.

برای حل مسأله بهینه‌یابی، از دستور NPSOL در جعبه ابزار Tomlab استفاده شده است. جعبه ابزار مذکور، با نرم‌افزار MATLAB اجراشدنی است.

پس از برآورد پارامترهای $\theta = (u_0, \beta, \sigma_s^2, \gamma)$ از طریق فرایند بهینه‌یابی مقید غیرخطی، می‌توان بر اساس معادله‌های (۳۶) و (۳۷)، پارامترهای σ_u^2 و σ_v^2 را محاسبه کرد. سپس با استفاده از روشی که بیتیس و کوئلی[1] (۱۹۹۲) بیان کرده‌اند، کارایی بانک‌ها در زمان t محاسبه می‌شود:

1. Coelli

$$CE_t = E(\exp\{-u_t\} \mid \varepsilon_{it}) = \{\frac{1-\Phi[\sigma^* - (\mu^*/\sigma^*)]}{1-\Phi[-(\mu^*/\sigma^*)]}\}\exp\left(-\mu^* + \frac{1}{2}\sigma^{*2}\right). \quad (۳۹)$$

که

$$\mu^* = \frac{(c_t - \alpha - x_t'\beta)\sigma_u^2}{(\sigma_v^2 + T\sigma_u^2)}; \quad (۴۰)$$

$$\sigma^* = \frac{\sigma_u^2\sigma_v^2}{(\sigma_v^2 + T\sigma_u^2)}.$$

با استفاده از رابطه فوق، می‌توان کارایی هر بانک را در زمان t محاسبه کرد.

داده‌های الگو

دو رویکرد تولیدی و واسطه‌گری، برای برآورد توابع تولید یا هزینه بانک‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد (فریر و لاول[1]، ۱۹۹۰). در رویکرد تولیدی، نهاده‌های بانک، نیروی کار و سرمایه است. بانک این نهاده‌ها را به ستانده‌هایی شامل سپرده، تسهیلات و غیره تبدیل می‌کند. نکته بااهمیت در رویکرد مذکور این است که سپرده، ستانده بانک محسوب می‌شود. رقابت بانک‌های مختلف در جمع‌آوری سپرده بیشتر است. سپرده بیشتر، امکان اعطای تسهیلات بیشتر را فراهم می‌کند. در این رویکرد، هزینه‌های بانک به گونه‌ای تعریف می‌شود که صرفاً هزینه‌های عملیاتی را شامل می‌گردد و هزینه‌های بهره‌ای در نظر گرفته نمی‌شود.

در رویکرد واسطه‌گری، سپرده فی‌نفسه برای بانک اهمیت ندارد و مانند سایر نهاده‌ها، هزینه‌بر است. بانک از پرداخت تسهیلات می‌تواند عایدی کسب کند. از این رو، سپرده نهاده تولید و تسهیلات، ستانده محسوب می‌شود. بانک به عنوان واسطه بین سپرده‌گذار و گیرنده تسهیلات عمل می‌کند و به ازای مبلغ تسهیلات پرداختی، فاصله بین نرخ سود سپرده تا نرخ سود تسهیلات، نصیب بانک می‌شود. در این رویکرد، به جای استفاده از آمار مربوط به تعداد حساب‌ها (که در روش تولیدی اعمال می‌گردد)، از ارزش ریالی تسهیلات، سرمایه‌گذاری‌ها و سپرده‌ها استفاده می‌شود. همچنین علاوه بر هزینه‌های عملیاتی (حقوق و دستمزد، اداری و عمومی و استهلاک)، هزینه‌های سود پرداختی در هزینه‌های بانکی در نظر گرفته می‌شود.

از آنجایی که در برآورد تابع هزینه، هزینه سود پرداختی به سپرده‌گذاران، مهم‌ترین هزینه یک بانک است، رویکرد واسطه‌گری انتخاب می‌شود که در آن سپرده‌ها نهاده تولید محسوب می‌گردد.

1. Ferrier & Lovell

در پژوهش حاضر، تابع هزینه مربوط به هشت بانک ملی، صادرات، سپه، ملت، تجارت، کشاورزی و مسکن برآورد شده و از روی تابع هزینه، درصد ناکارایی هر یک محاسبه شده است. بانک صنعت و معدن و توسعه صادرات در این بررسی حذف شده است. دلیل آن، متفاوت بودن نحوه جذب منابع در دو بانک مذکور است. در بانک صنعت و معدن و توسعه صادرات، منابع مبتنی بر سرمایه‌ای است که دولت در این بانک‌ها سرمایه‌گذاری می‌کند. سهم سپرده‌ها در منابع بانک چندان نیست. از این رو، عوامل تولید مانند نیروی کار، سرمایه و سپرده‌ها، عامل دست‌یابی به ستانده یا همان دارایی‌های بانک نیست.

داده‌های پژوهش حاضر، سیزده سال را از سال ۱۳۷۵ تا سال ۱۳۸۷ به طور فصلی، برای هشت بانک پوشش می‌دهد. این اطلاعات با مراجعه حضوری به تک‌تک بانک‌ها، سازمان حسابرسی، بانک مرکزی و پژوهشکده پولی و بانکی با مشقت بسیار جمع‌آوری شده است.

تابع هزینه برآوردی، قیمت نهاده‌ها و مقدار ستانده را شامل می‌شود. پژوهش حاضر، سه نهاده و یک ستانده را شامل می‌گردد.

نهاده‌ها نیز نیروی کار، سپرده‌ها و دارایی‌های ثابت را شامل می‌شود.

ستانده برای هر دوره تغییرات در دارایی کل است که میزان تسهیلات اعطایی و تغییر در سایر انواع دارایی، مانند سرمایه‌گذاری‌ها و مشارکت‌های بانک را شامل می‌شود.

شایان ذکر است که در سایر پژوهش‌هایی که در ایران به منظور محاسبه کارایی بانک‌ها انجام شده، تفاوت مانده و میزان تسهیلات مورد توجه قرار نگرفته است. از آنجایی که آمار و اطلاعات منتشر شده در بانک‌ها یا بانک مرکزی، عموماً بیانگر مانده تسهیلات است، برای محاسبه میزان اعطای تسهیلات در یک سال خاص، لازم است تغییر مانده تسهیلات در آن سال نسبت به سال قبل محاسبه شود. علاوه بر این، بانک در آن سال مبالغی از تسهیلات پرداختی قبلی را وصول می‌کند که این وصول، باعث کاهش رقم مانده تسهیلات می‌شود. زمانی که بانک این مقدار وصولی را مجدداً تسهیلات پرداخت می‌کند، مانده تسهیلات دوباره افزایش می‌یابد. از آنجایی که هدف این است که میزان تسهیلات پرداختی در آن سال خاص محاسبه شود، باید این مبلغ وصولی نیز به تغییر در مانده تسهیلات اضافه شود. اطلاعات دقیقی از میزان وصولی تسهیلات در بانک‌ها وجود ندارد، لیکن عمر متوسط تسهیلات می‌تواند بیانگر این موضوع باشد که به طور متوسط در هر سال چه درصدی از تسهیلات پرداختی به بانک بازپرداخت می‌شود. با توجه به نظر مشورتی مسئولان بانکی کشور، دوره متوسط بازپرداخت تسهیلات، سه سال در نظر گرفته شده و از این رو، در هر

سال یک‌سوم مانده تسهیلات دوره قبل به عنوان وصولی در نظر گرفته شده است. این وصولی با تغییر در مانده تسهیلات جمع شده و به عنوان میزان تسهیلات اعطایی در هر سال، در محاسبه ستانده لحاظ شده است. بخش دیگری از ستانده نیز تغییر در سایر اقلام دارایی کل، مانند نقد و دارایی ثابت است.

ستانده بر شاخص قیمت کالاها و خدمات مصرفی به قیمت ثابت سال ۱۳۸۳ تقسیم شده است.

سه قیمت نهاده، دستمزد نیروی کار، نرخ سود وجوه قرض گرفته شده و قیمت سرمایه فیزیکی هستند.

نرخ دستمزد برابر با کل هزینه پرسنلی تقسیم بر تعداد کارمندان است.

قیمت وجوه پس‌انداز جمع‌آوری شده برابر با هزینه سود پرداختی (شامل سود پرداختی به سپرده‌گذاران و جوایز قرض‌الحسنه) تقسیم بر کل سپرده‌های جمع‌آوری شده (شامل سپرده‌های جاری و دیداری، سپرده‌های سرمایه‌گذاری کوتاه‌مدت، سپرده‌های سرمایه‌گذاری بلندمدت، سپرده‌های قرض‌الحسنه پس‌انداز و سایر سپرده‌ها) است.

قیمت سرمایه برابر با مجموع هزینه‌های اداری و عمومی و استهلاک دارایی‌های ثابت تقسیم بر دارایی ثابت است.

هزینه کل، برابر با مجموع هزینه سه نهاده مذکور است.

نتایج برآورد الگو

با توجه به موارد فوق، با حداقل‌سازی تابع راست‌نمایی شماره (۳۸) با تحمیل شرایط نظم نظری شماره‌های (۲۷)، (۲۸)، (۳۲) و (۳۵)، پارامترهای تابع هزینه فوریر برآورد و با استفاده از روابط (۳۹) و (۴۰)، درصد کارایی برای هر یک از بانک‌ها در سال‌های ۱۳۷۵ تا ۱۳۸۷ برآورد و میانگین کارایی در این سال‌ها محاسبه شده است.

نتایج محاسبه شده ضرایب تابع هزینه تخمینی و کارایی برای هر بانک در جدول‌های زیر بیان شده است:

بانک ملی

بر اساس نتایج پژوهش حاضر، متوسط کارایی بانک ملی در دوره مورد بررسی، ۰/۷۵ بوده است. به این معنی که بانک ملی می‌تواند با ۲۵ درصد هزینه کمتر، همین مقدار ستانده را حاصل کند. ضرایب

تابع هزینه فوریر برآوردی در جدول زیر بیان شده است:

جدول (۱): ضرایب تابع هزینه برآوردی بانک ملی در سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۷۵

ضریب	a_0	b_1	b_2	b_4	u_{01}	u_{02}	u_{03}	u_{04}	u_{05}	u_{06}
مقدار	۱۱/۰۱	۰/۷۵	۰/۲	۰/۷	۱/۹	۱/۹	-۳	۲/۹	-۲/۳	۲/۹
ضریب	u_{07}	u_{08}	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
مقدار	-۳	۰/۵	-۰/۰۵	۰/۰۰۶	-۰/۰۰۳	-۰/۰۰۹	-۰/۰۷	-۰/۰۱	-۰/۰۰۴	-۰/۰۰۳
ضریب	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	σ_s	γ
مقدار	-۰/۰۳	۰/۰۰۴	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۰۴	۰/۰۱	-۰/۰۰۷	-۰/۰۰۸	۰/۴۲	۰/۷۴

بانک صادرات

بر اساس نتایج پژوهش حاضر، متوسط کارایی بانک صادرات در دوره مورد بررسی، ۰/۸۶ درصد بوده است. ضرایب تابع هزینه برآوردی در جدول ذیل بیان شده است:

جدول (۲): ضرایب تابع هزینه برآوردی بانک صادرات در سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۷۵

ضریب	a_0	b_1	b_2	b_4	u_{01}	u_{02}	u_{03}	u_{04}	u_{05}	u_{06}
مقدار	۱۲/۷	-۰/۲۲	۰/۹	-۰/۲۵	0	0	-۲/۹	۳	-۱/۸	۲/۹
ضریب	u_{07}	u_{08}	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
مقدار	-۲/۹	۱/۵	۰/۰۵	۰/۰۰۹	۰/۰۰۶	۰/۰۰۴	۰/۱۱	-۰/۰۰۹	-۰/۰۰۱	۰/۰۱
ضریب	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	σ_s	γ
مقدار	-۰/۰۲	-۰/۰۰۳	-۰/۰۳	۰/۰۰۸	-۰/۱۵	-۰/۰۰۲	-۰/۰۰۲	-۰/۰۱	۰/۲	۰/۷

بانک سپه

بر اساس نتایج پژوهش حاضر، متوسط کارایی بانک سپه در دوره مذکور، ۰/۸۴ بوده است. ضرایب تابع هزینه برآوردی در جدول ذیل بیان شده است:

جدول (۳): ضرایب تابع هزینه برآوردی بانک سپه در سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۷۵

ضریب	a_0	b_1	b_2	b_4	u_{01}	u_{02}	u_{03}	u_{04}	u_{05}	u_{06}
مقدار	۱۱/۹۳	۰/۶۹	۰/۰۵	۰/۵۹	0	0	-۲/۸	۲/۷	-۱/۳	۲/۶
ضریب	u_{07}	u_{08}	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
مقدار	-۲/۷	۱/۳	-۰/۰۶	-۰/۰۰۶	۰/۱۲	-۰/۰۱	-۰/۰۳	۰/۰۰۶	0	۰/۰۰۶
ضریب	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	σ_s	γ
مقدار	۰/۰۲	۰/۰۰۹	۰/۰۱	۰/۰۳	۰/۰۵	-۰/۰۰۶	-۰/۰۱	-۰/۰۰۹	۰/۲۲	۰/۷۵

بانک ملت

بر اساس نتایج پژوهش حاضر، متوسط کارایی بانک ملت در دوره مورد بررسی، ۰/۹۰ بوده است. ضرایب تابع هزینه برآوردی در جدول ذیل بیان شده است.

جدول (۴): ضرایب تابع هزینه برآوردی بانک ملت در سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۷۵

ضریب	a_0	b_1	b_2	b_4	u_{01}	u_{02}	u_{03}	u_{04}	u_{05}	u_{06}
مقدار	۹/۶	۰/۹	-۰/۴۱	۰/۸۲	۲/۸۵	۲/۸۱	-۳	۲/۷۷	-۲/۸۹	۲/۹
ضریب	u_{07}	u_{08}	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
مقدار	-۲/۹	۰/۰۵	۰/۰۴	۰/۰۳	-۰/۰۰۷	-۰/۰۹	-۰/۰۴	-۰/۰۲	-۰/۰۰۴	۰/۰۰۶
ضریب	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	σ_s	γ
مقدار	۰/۰۳	-۰/۰۲	-۰/۰۸	-۰/۱۲	۰/۰۰۹	۰/۰۲	-۰/۰۴	۰/۰۰۱	۰/۱۲	۰/۶

بانک تجارت

بر اساس نتایج پژوهش حاضر، متوسط کارایی بانک تجارت در دوره مذکور، ۰/۹۳ بوده است. ضرایب تابع هزینه برآوردی در جدول ذیل بیان شده است.

جدول (۵): ضرایب تابع هزینه برآوردی بانک ملت در سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۷۵

ضریب	a_0	b_1	b_2	b_4	u_{01}	u_{02}	u_{03}	u_{04}	u_{05}	u_{06}
مقدار	۱۱/۹٦	۰/۸۲	۰/۰۳	۰/٥٤	۰/۲۲	۰/۳۳	-۲/۸۱	۲/۷۹	-۱/٤	۲/۸٦
ضریب	u_{07}	u_{08}	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
مقدار	-۲/۸۲	۱/۲٦	۰/۰۰۸	-۰/۰۰٤	۰/۰۲	-۰/۰۱	-۰/۰۸	-۰/۰٤	۰/۰۲	-۰/۰۰٦
ضریب	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	σ_s	γ
مقدار	-۰/۰٥	-۰/۰۲	-۰/۰۹	۰/۰۲	۰/۱	۰/۰۲	-۰/۰۲	-۰/۰۰٦	۰/۱۳	۰/٥

بانک رفاه کارگران

بر اساس نتایج پژوهش حاضر، متوسط کارایی بانک رفاه در دوره مذکور، ۰/۸۶ بوده است. ضرایب تابع هزینه برآوردی در جدول ذیل بیان شده است:

جدول (۶): ضرایب تابع هزینه برآوردی بانک رفاه در سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۷۵

ضریب	a_0	b_1	b_2	b_4	u_{01}	u_{02}	u_{03}	u_{04}	u_{05}	u_{06}
مقدار	۷/۷۲	۰/٤۷	۰/۱٥	۰/٤۷	۲/۹۰	۲/۸۸	-۲/۸۷	۲/۹۲	-۲/۹٥	۲/۹۰
ضریب	u_{07}	u_{08}	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
مقدار	-۲/۹۳	۰/۰۰۸	-۰/۱	-۰/۰۰۳	-۰/۰٤	-۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۲	-۰/۰۱	۰/۰۰۸
ضریب	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	σ_s	γ
مقدار	۰/۰۷	-۰/۰۲	۰/۰۲	-۰/۰٤	-۰/۰۲	۰/۰۲	-۰/۱۰	۰/۰۰۰٦	۰/۱۱	۰/٦

بانک کشاورزی

بر اساس نتایج پژوهش حاضر، متوسط کارایی بانک کشاورزی در دوره مورد بررسی، ۰/۸۲ بوده است. ضرایب تابع هزینه برآوردی در جدول زیر بیان شده است:

جدول (۷): ضرایب تابع هزینه برآوردی بانک کشاورزی در سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۷۵

ضریب	a_0	b_1	b_2	b_4	u_{01}	u_{02}	u_{03}	u_{04}	u_{05}	u_{06}
مقدار	۸/۲۲	۰/۶۵	۰/۳۲	۰/۹	۲/۸	۲/۸۲	−۲/۹۸	۳	−۳	۲/۹۹
ضریب	u_{07}	u_{08}	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
مقدار	−۲/۹۹	۰/۰۸	۰/۰۳	−۰/۰۱	−۰/۰۰۷	۰/۰۱	۰/۰۷	۰/۰۴	−۰/۰۰۷	−۰/۰۲
ضریب	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	σ_s	γ
مقدار	۰/۰۲	۰/۰۰۲	۰/۰۱	−۰/۰۰۲	−۰/۰۲	۰/۰۲	−۰/۰۰۸	0	۰/۲۱	۰/۷۲

۴.۷. بانک مسکن

بر اساس نتایج پژوهش حاضر، متوسط کارایی بانک مسکن در دوره مذکور، ۰/۸۶ بوده است. ضرایب تابع هزینه برآوردی در جدول زیر بیان شده است:

جدول (۸): ضرایب تابع هزینه برآوردی بانک مسکن در سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۷۵

ضریب	a_0	b_1	b_2	b_4	u_{01}	u_{02}	u_{03}	u_{04}	u_{05}	u_{06}
مقدار	۱۳/۳	۰/۶۶	۰/۳۶	۰/۹	−۲/۲۸	−۲/۲۸	۱/۳۷	−۱/۳۹	۱/۷۵	−۱/۳۷
ضریب	u_{07}	u_{08}	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
مقدار	۱/۳۸	۰/۴۶	۰/۰۶	۰/۰۰۱	−۰/۰۱	−۰/۰۱	۰/۰۲	−۰/۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۵
ضریب	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	σ_s	γ
مقدار	۰/۰۶	۰/۰۰۲	−۰/۰۲	۰/۰۰۱	−۰/۰۳	۰/۰۲	−۰/۰۰۳	0	۰/۱۸	۰/۷۳

نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، تابع هزینه هشت بانک دولتی و کارایی آنها با استفاده از تابع فوریر به عنوان یک تابع جامع انعطاف‌پذیر و با تحمیل شرایط نظم نظری محاسبه شده است. دلیل استفاده از تابع فوریر و لزوم تحمیل شرایط نظم نظری در بخش سوم مقاله بیان شده است. محاسبه ارقام نشان داده است که هشت بانک دولتی مورد بررسی، در دوره ۱۳۸۷-۱۳۷۵ به طور متوسط، حدود ۱۵ درصد ناکارایی داشته است. به این معنی که در بانک‌ها می‌توان مقدار ستانده فعلی را با ۱۵ درصد هزینه کمتر حاصل کرد. البته باید توجه کرد که کارایی بانک‌ها به معنی سوددهی یا عملکرد مطلوب بانک‌ها نیست. شاخص مذکور، صرفاً شاخصی از بین ده‌ها شاخصی است که لازم است برای قضاوت درباره عملکرد بانک مورد توجه قرار گیرد. بر اساس تعریف بیان شده درباره کارایی و ستانده در مقاله حاضر که تغییر در دارایی کل است و میزان تسهیلات اعطایی و تغییر در سایر اقلام دارایی، مانند نقد صندوق و دارایی‌های ثابت را شامل می‌شود، برآورد درصد کارایی بالابری بانک‌های ایران قابل انتظار بود. زیرا با این تعریف، ستانده بانک‌های ایران بسیار فراوان است. اضافه تقاضای موجود و فشار دولت بر بانک‌ها برای اعطای تسهیلات، بدون توجه به هزینه – فایده باعث می‌شود که در بانک‌ها حتی بیش از حدود مجاز منابع – مصارف، تسهیلات پرداخت شود. همچنین بخشی از رقم تسهیلات، مطالبات معوق بانک‌هاست که به دلیل فقدان آمار سالانه به تفکیک هر بانک، امکان کسر آن از رقم تسهیلات وجود نداشت. از این رو، برای نتیجه‌گیری درباره عملکرد بانک‌ها، علاوه بر شاخص کارایی، به محاسبه شاخص‌های دیگری نیز نیاز است.

منابع

الف) فارسی

امامی میبدی، علی (۱۳۸۴). *اصول اندازه‌گیری کارایی و بهره‌وری*. تهران: مؤسسه مطالعات و پژوهش‌های بازرگانی.

ب) انگلیسی

Arrow, K., Chenery, H., Minhas, B., and Solow, R. (1961), Capital-Labor Substitution and
Economic Efficiency, Review of Economics and Statistics, 43(3) , pp 225–250.

Serletis, A. (2001). The demand for money, theoretical and empirical approaches. Springer.

Serletis, A. & Shahmoradi, A. (2007). Flexible Functional Forms, curvature conditions and the demand for assets. Macroeconomic Dynamics, 11, 455–486.

Barnett, W. (2002). Tastes and Technology: Curvature is not sufficient for regularity. Journal of Econometrics, 108, 199–202.

Battese, G. E. & Corra, G. S. (1977). Estimation of a production frontier model: with application to the Pastoral Zone of Eastern Australia. Australian Journal of Agricultural Economics, 21, 160–179.

Battese, G. E. & Coelli, T. J. (1992). Frontier production functions, Technical efficiency and panel data: with application to paddy farmers in India.The Journal of Productivity Analysis, 3, 153–169.

Barnett, W. A. & Geweke, J. & Wolfe, M, 1991. "Seminonparametric Bayesian estimation of the asymptotically ideal production model," Journal of Econometrics, Elsevier, vol. 49(12-), pages 5–50.

Diewert, E. W. & Fox, K. J. (2009). The normalized quadratic expenditure function.. UBC (University of British Columbia) Departmental Archives erwin_diewert-2009–3, UBC Department of Economics, revised 09 Jan 2009.

Diewert, W. E. & Wales, T. J. (1987). Flexible functional forms and global curvature conditions. Econometrica, 55(1), 43–68.

Diewert, W. E. (1971). An application of the shepherd duality theorem: A generalized Leontief production function. Journal of Political Economy, 79(3), 481–507.

Feng, G. & Serletis, A. (2009). Efficiency and productivity of the U.S. banking industry, 19982005-: Evidence from the Fourier cost function satisfying global regularity conditions. Journal of Applied Econometrics, 24, 105–139.

Ferrier, G. D. & Lovell, C. A. (1990). Measuring cost efficiency in banking: Econometric and linear programming evidence. Journal of Economics, 46, 229–245.

Fisher, D., Fleissig, A. R. & Serletis, A. (2001). An empirical comparison of flexible demand system functional forms. Journal of Applied Econometrics, 16(1), 59–80.

Gallant, R. A. & Golub, G. (1984). Imposing curvature restrictions on flexible functional forms. Journal of Econometrics, 26, 295–321.

Gallant, R. A. (1981). On the bias in flexible functional forms and an essentially unbiased form: The Fourier flexible form. Journal of Econometrics, 15, 211–245.

Gallant, R. A. (1982). Unbiased Determination of Production Technologies. Journal of Econometrics, 20, 285–323.

Monahan, J. H. (1981). Enumeration of Elementary Multi-indices for multivariate Fourier series. Institute of Statistics Mimeo Series, 1338.

Uzawa, H., 1962, “ Production functions with constant elasticity of substitution,” Review of Economic Studies, Vol 29, pp: 291–299.