دلالت‌های سمت عرضه ابهام‌گریزی برای معماهای صرف ریسک و نرخ بدون ریسک

محمد فقهی کاشانی[1]

زهرا ضیایی[2] zahra_ziyaee@yahoo.com

دریافت : ۱۴۰۳/۰۳/۰۷ پذیرش: ۱۴۰۳ /۰۴/۰۹

چکیده

از دهه ۱۹۹۰ بسیاری از اقتصاددانان رویکردهای متفاوتی را برای حل معماهای صرف ریسک و نرخ بدون ریسک اتخاذ کرده‌اند. شناسایی عوامل اثرگذار بر شکل‌گیری این دو معما می‌تواند سرمایه‌گذاران، مقررات‌گذاران و سیاست‌گذاران را نسبت به عوامل تعیین‌کنندهٔ قیمت دارایی‌ها در بازارهای مالی و بدان طریق به اثرگذاری بر روندهای بخش واقعی اقتصاد به منظور ارتقای کارایی تخصیص کمک نماید. در این میان، بروز و شیوع دوره‌ای فضای ابهام در بسیاری از اقتصادها، به‌ویژه اقتصادهای برخوردار از ساختارهای نهادی و اقتصادی شکننده‌تر، مانند بسیاری از اقتصادهای در حال توسعه شامل اقتصاد ایران، توجه به تبعات ابهام را برای تصمیم‌سازی‌های سرمایه‌گذاران و تنظیم سیاست از جانب سیاست‌گذاران برجسته‌تر می‌سازد. پژوهش حاضر در چارچوب یک مدل تعادل عمومی تصادفی زمان‌پیوسته مختصرِ دربرگیرندهٔ عوامل ناهمگن ابهام‌گریز نشان می‌دهد که چگونه با استفاده از تابع مطلوبیت و ضریب ریسک‌گریزی نسبی ثابتِ منضم‌شده با فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر و اصطکاک مالی، هنوز می‌توان به پاسخی موجه‌تر برای معماهای دوگانه فوق دست یافت. یافته‌های حاصل از کالیبراسیون مدل حاکی از آن است که این مدل انطباق بهتری با حقایق تجربی شناسایی‌شده برای دوره‌های زمانی مختلف دارد.

کلیدواژه‌ها: ابهام‌گریزی، فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر، عوامل ناهمگن، مدل تعادل عمومی زمان‌پیوسته، معمای مازاد بازده سهام، معمای نرخ بدون ریسک.

طبقه‌بندی JEL: G12, G11, E21, D81, D53.

مقدمه

اقتصاد متعارف در چارچوب استاندارد و مبتنی بر برخی از فروضِ گسترش‌یافته است. این فروض با ساده‌سازی مدل اقتصادی، درک روابط اقتصادی پیچیده واقعی را تسهیل کرده است. مدل‌های استاندارد با رعایت فروض مفروض، قادر به پاسخگویی به برخی از پدیده‌های رایج اقتصادی نیستند که تحت عنوان معماها و تناقض‌های اقتصادی مطرح می‌شوند. یافتن پاسخی برای این معماها به محور مطالعات برخی از اقتصاددانان مبدل شده است (Campbell, 2017). معماهای مازاد صرف سهام و نرخ بهره بدون ریسک نمونه‌ای از آن‌ها هستند. مِهرا و پرسکات[3] (۱۹۸۵)، مطرح کردند که یک مدل استاندارد با تابع مطلوبیت زمان جمع‌پذیر و دارای کشش جانشینی ثابت، بر اساس پارامترهای معقول، نمی‌تواند مازاد صرف ریسک یک‌ساله شاخص استاندارد اند پورز ۵۰۰ را در دورهٔ زمانی ۱۸۸۹ تا ۱۹۷۸ توجیه کند. با مطالعات بیش‌تر در بازار سهام کشورهای مختلف نشان داده شد که توجیه بازده سالانه سهام ۴ تا ۸ درصدی نیاز به پارامتر ضریب ریسک‌گریزی ثابت ۱۰ تا ۴۰ واحدی دارد که این مقدار بالای ضریب ریسک‌گریزی ثابت، غیرمعقول و غیرمنطبق بر حقایق تجربی است (Mehra & Prescott, 1985). ویل[4] (۱۹۸۹)، مطرح کرد که حتی اگر ما این مقدار از ضریب ریسک‌گریزی ثابت را بپذیریم، شاهد معمای دیگری در حوزهٔ نرخ بهره بدون ریسک خواهیم بود؛ با یک ضریب ریسک‌گریزی ثابت ۱۰ تا ۴۰ واحدی نرخ بهره بدون ریسک بسیار بالاتر از مقدار واقعی آن خواهد شد که حدود یک درصد بوده است، و حالا معمای جدید آن است که چرا در دنیای واقعی نرخ بهره بدون ریسک واقعی آن‌قدر کم است؟

---

۱. استادیار، گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. رایانامه: mir30kas@gmail.com

۲. نویسنده مسئول، دانشجوی دکتری اقتصاد، گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. رایانامه: zahra_ziyaee@yahoo.com

3. Mehra & Prescott

4. Weil

پژوهش‌های مختلفی در پاسخ به دو معمای فوق صورت گرفت که در این‌جا خلاصه‌ای از پاسخ‌ها به این معماها را ارائه می‌کنیم. برخی از پژوهشگران خطای نمونه‌گیری و اندازه‌گیری را مطرح کردند. مک‌گرتان و پرسکات[1] (۲۰۰۳)، تاکید می‌کنند که مالیات بر درآمد سرمایه، بازدهی در دسترس را برای سرمایه‌گذاران مشمول مالیات کاهش می‌دهد. پس اندازه‌گیری نادرست بازده سرمایه می‌تواند باعث ایجاد این دو معما شود. اما از سوی دیگر، لحاظ مالیات بر عایدی سرمایه، نوسانات بازده سرمایه را نیز کاهش می‌دهد. بریدن[2] و همکاران (۱۹۸۹)، اندازه‌گیری نادرست مصرف را مطرح می‌کنند. مصرفِ اندازه‌گیری‌شده متغیری جریانی در طول یک دوره زمانی است، در حالی که مفهوم نظری مورد نیاز برای آزمایش مدل قیمت‌گذاری دارایی مبتنی بر مصرف، مصرف آنی در یک نقطه از زمان است که برای ایجاد رشد مصرف در یک بازهٔ زمانی گسسته استفاده می‌شوند (Alizadeh *et al.*, 2023; Soltani *et al.*, 2023). علاوه بر این، سری‌های مصرف ناشی از حساب‌های ملّی برای کاهش خطای اندازه‌گیری فیلتر شده و به صورت فصلی تعدیل شده‌اند و این ممکن است کوواریانس بازده سهام با مصرف را مخدوش کند (Breeden *et al.*, 1989). ساووف[3] (۲۰۱۱)، به‌جای سری‌های زمانی مصرف، با داده‌های حجم زباله کار می‌کند که اثر جانبی مصرف هستند و بدون فیلتر کردن یا تعدیل فصلی اندازه‌گیری می‌شود و تخمین‌های پایین‌تری ــ هرچند هنوز قابل‌توجه ــ از ریسک‌گریزی به‌دست می‌آورد. کرونکه[4] (۲۰۱۷)، نتایج مشابهی را با رفع فیلتر مصرف ناشی از حساب‌های ملّی به‌دست آورد. دانیل و مارشال[5] (۱۹۹۷)، و پارکر و جولیارد[6] (۲۰۰۵)، مطرح می‌کنند که شاید ریسک بازار سهام را باید با کوواریانس بین بازده سهام و رشد مصرف بلندمدت سنجید، نه رشد مصرف کوتاه‌مدت، زیرا مسائل اندازه‌گیری در افق‌های طولانی‌تر کم‌تر جدی هستند و به‌ندرت به‌خاطر هزینه‌های پردازش اطلاعات با تعدیل داده‌های مصرف مواجه‌اند.

رشد مصرف دارای توزیع نرمال لگاریتمی نیست، اما دارای توزیع با دنبالهٔ چاق است. ترجیحات استاندارد حاکی از آن است که با فرض واریانس یکسان و توزیع مصرف نرمال لگاریتمی، بازده مورد انتظار بالاتر است. یکی از دلایل دنبالهٔ چاق در رشد مصرف می‌تواند ناشی از احتمال کوچک بلایای نادر (Rietz, 1988; Barro, 2009; Pindyck & Wang, 2013) یا عدم قطعیت در پارامتر (Weitzman, 2007) باشد.

شاید مدل مطلوبیت توانی به اندازهٔ کافی نشان‌دهندهٔ ترجیحات کارگزاران نباشد. یک جایگزین برای توابع مطلوبیت با کشش ریسک‌گریزی نسبی ثابت، تابع مطلوبیت اپشتین-زین است (Epstein & Zin, 1989; 1991) که عدم وابستگی به مقیاس را در تابع مطلوبیت حفظ می‌کند، اما این محدودیت را که کشش جانشینی بین‌زمانی معکوس ضریب ریسک‌گریزی نسبی است کنار می‌گذارد و دست‌کم این امکان را به فرد می‌دهد که برای تناسب با صرف ریسک، ریسک‌گریزی را افزایش دهد، بدون آن‌که با پازل نرخ بدون ریسک مواجه شود.

فرض استاندارد در ادبیات این است که مطلوبیت نهایی حاصل از مصرف کالاها و خدمات بی‌دوام (مجموعه مصرف مورد استفاده در بیش‌تر آزمایش‌های تجربی) به مصرف فراغت یا خدماتِ ارائه‌شده توسط موجودی کالاهای بادوام بستگی ندارد. اگر این فرض شکست بخورد ــ یعنی اگر مطلوبیت بین کالاها و خدمات بی‌دوام و اوقات فراغت یا کالاهای بادوام جدایی‌پذیر نباشد ــ در این صورت آزمون‌های استاندارد به‌اشتباه تصریح می‌شوند (Dunn & Singleton, 1986; Eichenbaum & Hansen, 1990; Yogo, 2006).

کنستانتینیدس و دافی (۱۹۹۶)، اهمیت ریسک غیرقابل بیمه انفرادی[7] را مطرح می‌کنند و نشان می‌دهند که با وجود توزیع دلخواه ریسک پس‌زمینه‌ای غیرقابل بیمه، صرف سهام می‌تواند با ضریب ریسک‌گریزی دلخواه برای سرمایه‌گذاران، به اندازه کافی

1. McGrattan & Prescott
2. Breeden
3. Savov
4. Kroencke
5. Daniel & Marshall
6. Parker & Julliard
7. Uninsurable Idiosyncratic Risk

بزرگ باشد (Constantinides & Duffie, 1996). مینهوت[1] (۲۰۰۴)، به بررسی نقش ابهام بر دو معمای فوق پرداخت. در ابهام عوامل و سرمایه‌گذاران در مورد مدل واقعی نامطمئن هستند و نمی‌دانند توزیع احتمال برای بهینه‌سازی مدل چگونه است. وی در یک مدل مطلوبیت زمانِ جمع‌پذیر و دارای کشش جانشینی ثابت با کارگزاران همگن، و با استفاده از مدل آنتروپی اندرسون[2] و همکاران (۲۰۰۰)، ابهام‌گریزی را وارد مدل کرد و مطرح نمود که ابهام‌گریزی نمی‌تواند به‌تنهایی به دو معمای فوق پاسخ دهد و راه‌حل نهایی مستلزم استفاده از ابهام‌گریزی همراه با تابع مطلوبیت اپشتین-زین است (Maenhout, 2004).

از سوی دیگر وانگ و میو[3] (۲۰۱۹)، اثر ابهام‌گریزی بر دو معمای فوق را در چارچوب مدل وقایع نادر[4] مورد بررسی قرار دادند و دریافتند که ابهام‌گریزی از ریسک انتشار[5] و ریسک پرشی[6] وقایع نادر می‌تواند به دو معمای مازاد بازده و نرخ بهره بدون ریسک پاسخ دهد.

هدف پژوهش ما این است که در چارچوب تابع مطلوبیت زمانِ جمع‌پذیر و دارای ضریب ریسک‌گریزی ثابت و مبتنی بر مدل کارگزاران ناهمگنِ باشاک و کوکو[7] (۱۹۹۸)، کیوتاکی و مور[8] (۱۹۹۷)، و برونرمایر و سانیکوف[9] (۲۰۱۴)، به بررسی نقش ابهام در حل معماهای مازاد صرف ریسک و نرخ بهره بدون ریسک بپردازیم. به‌طور مشخص‌تر، می‌توان پژوهش حاضر را گسترش مدل برونرمایر و سانیکوف (۲۰۱۴) به فضای تحلیلی متضمن ابهام در نظر گرفت. در مدل حاضر، با تمرکز بر سمت عرضه اقتصاد و لحاظ فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر، به بررسی نقش ابهام بر دو معمای مورد بحث می‌پردازیم و می‌خواهیم بدانیم که آیا یافتن جواب این معماها در چارچوب کاملاً پویای حاضر، بدون استفاده از تابع مطلوبیت اپشتین-زین مقدور است یا خیر؟ فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر، بر قیمت دارایی و نسبت قیمت به سود سهام اثرگذار است که، با ثبات سایر شرایط، می‌تواند انطباق بازده سرمایه را با حقایق تجربی بهبود بخشد. از سوی دیگر، مدل ناهمگن حاضر یک مدل اصطکاک مالی است که می تواند اثرات محدودیت‌های مالی و قیود وام‌گیری بر نااطمینانی و صرف نااطمینانی را لحاظ کند. هدف از این پژوهش آن است که به بررسی نقش ابهام‌گریزی در تعامل با اصطکاک مالی و فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر، بر دو معمای صرف سهام و نرخ بازده بدون ریسک در چارچوب توابع مطلوبیت با کشش ریسک‌گریزی نسبی ثابت بپردازد.

مهم‌ترین سهم پژوهش حاضر، گسترش چارچوب نظری برای پاسخ به دو معمای فوق است. لحاظ ابهام به همراه فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر و اصطکاک مالی در چارچوب اثرات ترازنامه‌ای رویکرد جدیدی برای پاسخ به این مسئله است که سهم پژوهش حاضر محسوب می‌شود. ما نسبت به پژوهش‌های پیشین رویکرد متفاوتی اتخاذ کردیم. مینهوت (۲۰۰۴)، نشان می‌دهد که با نقض فرض تابع مطلوبیت CRRA و استفاده از تابع مطلوبیت اپشتین-زین می‌توان به معماها پاسخ داد. این در حالی است که تابع مطلوبیت اپشتین-زین خود به‌تنهایی قادر به پاسخ به این معماست و نیازی به افزودن ابهام ندارد (Campbell, 2017). پژوهش‌های بعدی هم یافته‌های مینهوت (۲۰۰۴) را تصدیق کردند و برای پاسخ به دو معمای فوق در چارچوب ابهام یا از ابهام همراه با تابع مطلوبیت اپشتین-زین یا وقایع نادر استفاده کردند. لازم به اشاره است که پدیدهٔ وقایع نادر نیز خود به‌تنهایی قادر به پاسخ به معماهای فوق است (Campbell, 2017). ما برای پاسخ به این معماها، با فرض وجود ابهام و حفظ فرض تابع مطلوبیت CRRA از رویکرد متفاوتی استفاده کردیم که عبارت‌اند از:

۱. به‌جای یک مدل استاندارد بهینه‌یابی مصرف و انتخاب پرتفوی از یک مدل سمت عرضه (مبتنی بر تولید) استفاده کردیم. این امر کمک می‌کند که بازده دارایی نامطمئن از سمت عرضه اقتصاد، بر اساس سود سهام و عایدی سرمایه، تعیین شود.

---

1. Maenhout
2. Anderson
3. Wang & Mu
4. Rare Disasters
5. Diffusion Risk
6. Jump Risk
7. Basak & Cuoco
8. Kiyotaki & Moore
9. Brunnermeier & Sannikov

۲. از یک مدل درون‌زای مبتنی بر اثرات ترازنامه‌ای استفاده کردیم که در آن متغیر وضعیت، متغیر درون‌زای توزیع ثروت است که یکی از دلالت‌های آن این است که نسبت شارپ تعیین‌کنندهٔ نرخ بهره بدون ریسک باشد.
۳. از فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر استفاده کردیم. این امر موجب می‌شود که برخلاف سایر مدل‌های این حوزه که قادر به تطبیق با حقایق تجربی مربوط به سود سهام و قیمت دارایی در کالیبراسیون خود نیستند، با دقت بالایی با این حقایق مطابقت داشته باشیم. در واقع، ما برخلاف مطالعات قبلی که تنها کانال‌های اثرگذاری ابهام بر تصمیمات پس‌انداز احتیاطی و انتخاب پرتفوی را در مدل لحاظ می‌کنند (Maenhout, 2004; Ruan & Zhang, 2021; Wang & Mu, 2019)، کانال اثرگذاری ابهام بر فرصت‌های سرمایه‌گذاری را علاوه بر دو کانال مطرح‌شده لحاظ کردیم.
ما برای پاسخ به این دو معما، به مدلی با ویژگی‌های فوق نیاز داشتیم. مدل برونرمایر و سانیکوف (۲۰۱۴) دارای سه ویژگی فوق است، اما مدل آنان مبتنی بر ریسک است که قادر به پاسخ به این دو معما نیست. تاکید می‌کنیم که ما ابهام را به فضای تحلیلی برونرمایر و سانیکوف (۲۰۱۴) اضافه کردیم، اما انتخاب این مدل با توجه به سه ملاحظه فوق انجام شد و با توجه به وجود سه کانال فوق قادر هستیم به هر دو معما، با فرض وجود ابهام و حفظ فرض تابع مطلوبیت CRRA پاسخ دهیم.
با وجود اهمیت نظری موضوع، از بررسی قابلیت و انعطاف‌پذیری مدل خود در انطباق با حقایق تجربی غافل نشدیم. برای بررسی قابلیت مدل خود در پاسخ به معماهای یادشده نسبت به مدل‌های موجود، مقایسه‌ای بین پژوهش حاضر و مینهوت (۲۰۰۴) انجام شده است، بدان دلیل که مینهوت (۲۰۰۴) مطرح می‌کند پاسخ به این دو معما از طریق ابهام در چارچوب مدل‌های CRRA ممکن نیست و نیازمند لحاظ تابع مطلوبیت اپشتین-زین است. مطالعات بعدی نیز به ناتوانی مدل‌های استاندارد CRRA در چارچوب ابهام برای پاسخ به این معماها اذعان داشتند. برای مثال وانگ و میو (۲۰۱۹)، مطرح می‌کنند که ابهام در چارچوب مدل‌های CRRA نیازمند لحاظ وقایع نادر است تا بتوان به این دو معما پاسخ داد. فقط پژوهش روئن و ژانگ (۲۰۲۰) مطرح می‌کند که به‌طور شگفت‌آوری، ابهام‌گریزی در چارچوب مدل آنان و با تابع مطلوبیت CRRA قادر به پاسخ به این معماهاست. اما انتقادهایی به روئن و ژانگ (۲۰۲۰) وارد است ازجمله این‌که نمونه انتخابی آنان دارای تورش است و در صورت انتخاب نمونه بدون تورش پژوهش مینهوت (۲۰۰۴)، مدل آنان نیز قادر به پاسخگویی به این معماها با پارامترهای معقول نیست. بنابراین، برای نشان دادن توانایی مدل خود در این حوزه و صحت در قیاس، از همان پارامترهای مدل مینهوت (۲۰۰۴) برای کالیبراسیون مدل استفاده می‌کنیم. در خصوص پارامترهایی که مقادیر آن‌ها در پژوهش مینهوت (۲۰۰۴) به دلیل تفاوت‌های ساختاری دو مدل موجود نیست، از سایر پژوهش‌های مرتبط استفاده کرده‌ایم.
پژوهش حاضر علاوه بر اهمیت نظری و تجربی، برای اقتصاد ایران نیز حائز اهمیت است و از دلالت‌های نظری آن می‌توان بهره برد. ابهام پدیده‌ای است که در کشورهای در حال توسعه به واسطهٔ ماهیت مشکلات‌شان، به‌طور جدی‌تری نسبت به کشورهای توسعه‌یافته مطرح می‌شود. برای مثال، اِربَس و سِیرز[1] (۲۰۰۶) مطرح می‌کنند که ابهام در کشورهای در حال توسعه که کیفیت نهادی کم‌تری نسبت به کشورهای توسعه‌یافته دارند، بالاتر است. همچنین، فقهی کاشانی و همکاران (۲۰۲۳) مطرح می‌کنند که کشورهای در حال توسعه، به‌ویژه ایران، به دلیل انواع اصطکاک‌های موجود با سطوح بالاتری از ابهام روبه‌رو هستند و تحلیل مدل‌ها بدون لحاظ ابهام می‌تواند موجب خطای تصریح مدل شود. از سوی دیگر، وجود شوک‌های نامتعارف متعدد اقتصادی خرد و کلان در ایران، و تحلیل رفتارهای سرمایه‌گذاران و عوامل اقتصادی در قالب مدل‌های صرفاً محدودشده به فضای ریسکی بسیار دشوار است، زیرا تحلیل در فضای ریسک مستلزم دانستن توزیع احتمال پیامدهای ممکن است.

مبانی نظری پژوهش

مینهوت (۲۰۰۴)، در یک مدل تعادل جزئی زمان‌پیوسته، به بررسی توانایی ابهام‌گریزی در پاسخگویی به معمای مازاد صرف ریسک و نرخ بهره بدون ریسک پرداخت. وی ابتدا با لحاظ یک تابع مطلوبیت با ضریب ریسک‌گریزی ثابت به بررسی این مسئله

1. Erbas & Sayers

پرداخت. مینهوت (۲۰۰۴)، دو بازه زمانی را در نظر گرفت، یکی ۱۹۹۴-۱۸۹۱ و دیگری ۱۹۹۶/۳-۱۹۴۷/۲. وی مطرح می‌کند که اگرچه ابهام‌گریزی در چارچوب تابع مطلوبیت با ضریب ریسک‌گریزی ثابت می‌تواند شرایط انطباق مدل با حقایق تجربی را کمی بهبود بخشد، اما نمی‌تواند به‌طور کامل به این معماها پاسخ دهد. او مطرح می‌کند که این مشکل در بازۀ زمانی ۱۹۹۶/۳-۱۹۴۷/۲ حادتر است. بازۀ زمانی اول، دو جنگ جهانی اول و دوم را دربر می‌گیرد و بسیاری از پژوهشگران مانند مک‌گرتان و پرسکات (۲۰۰۵)، معتقدند که بازه زمانی جنگ‌های جهانی اول و دوم به دلیل شرایط خاص (چه به لحاظ اقتصادی و چه فنی) برای بررسی کمّی مناسب نیستند. برای مثال، در این بازه زمانی، مازاد بازده سهام کاهش یافته است و به همین دلیل پاسخ به معماها چندان دشوار نیست. اما در بازه زمانی دوم که بازده سرمایه بالاتر است و ضریب همبستگی مصرف و بازده سهام کم‌تر است، این دو معما با قوت بیش‌تری پابرجا باقی می‌مانند (McGrattan & Prescott, 2005).

روئن و ژانگ (۲۰۲۱)، در یک مدل تعادل جزئی زمان‌پیوسته با تابع مطلوبیت اپشتین-زین، ابهام‌گریزی و لحاظ ریسک پرشی را مطرح می‌کنند که در نتایج کالیبراسیون مدل خود، حتی با فرض تابع مطلوبیت با ضریب ریسک‌گریزی ثابت و ریسک پرشی صفر، به‌طور عجیبی قادر است به این دو معما پاسخ دهد. تفاوتی که این پژوهش با مینهوت (۲۰۰۴) به لحاظ چارچوب نظری دارد، در تغییر رابطۀ مصرف با سود سهام است. فرض رایج در مدل‌های اقتصادی آن است که افراد سود سهام خود (D) را مصرف (C) می‌کنند (یعنی D=C). اما کمپل (۱۹۸۶)، فرض می‌کند که سود سهام معادل با تابع توانی مصرف است (یعنی $D = C^{\lambda}$). آبِل (۱۹۹۹)، مطرح می‌کند که ضریب λ را می‌توان به صورت میزان اهرم مالی تفسیر کرد. در این صورت اگر $\lambda > 1$ باشد، سود و بازده سهام می‌تواند از مصرف کل و ثروت کل متلاطم‌تر باشد. بعدها کمپل (۲۰۰۳)، بَنسَل و یارُن[1] (۲۰۰۴)، واچر[2] (۲۰۱۳) مطرح کردند که این برابری می‌تواند معمای مازاد تلاطم سهام و مازاد صرف سهام را تا حدودی بهبود بخشد. روئن و ژانگ (۲۰۲۱) نیز از همین فرض استفاده می‌کنند. مطالعات مختلف مقادیر متفاوتی را برای پارامتر λ در نظر می‌گیرند، اما به‌طور کلی بازه آن $1 \leq \lambda \leq 3$ است. سه انتقاد به روئن و ژانگ (۲۰۲۱) وارد است: اول، بازۀ زمانی کالیبراسیون مدل آنان از ۱۹۳۰ تا ۲۰۰۷ است که بازه جنگ جهانی دوم را شامل می‌شود و در آن میزان مازاد بازده سهام معادل ۰/۰۵۴۱ است که حتی از مازاد بازده سهام در بازه ۱۹۹۴-۱۸۹۱ یعنی ۰/۰۶۲۵ نیز کم‌تر است. روئن و ژانگ (۲۰۲۱)، برای ایجاد مازاد بازده ۰/۰۶۲۵، باید ضریب ریسک‌گریزی نسبی را بالاتر از ۱۰ در نظر بگیرند، این در حالی است که این ضریب ریسک‌گریزی توسط حقایق تجربی حمایت نمی‌شود. دوم. حتی اگر تورش در انتخاب نمونه مطالعه را مد نظر قرار ندهیم و مازاد بازده سهام ۰/۰۵۴۱ را بپذیریم، باز هم برای توجیه چنین بازدهی باید ضریب ریسک‌گریزی نسبی معادل ۵ باشد که باز هم ضریب بزرگی است. چِتی[3] (۲۰۰۶)، مطرح می‌کند که پارامتر ضریب ریسک‌گریزی نسبی باید عددی کم‌تر از ۲ باشد. سوم. پارامتر ابهام‌گریزی ۰/۷۲ بیش از حد بدبینانه است. وِلش[4] (۲۰۰۰) با نظرسنجی از اقتصاددانان مالی مطرح می‌کند که در بدترین حالت، متوسط مازاد بازده سهام باید دست‌کم معادل ۰/۰۲ باشد، این در حالی است که در روئن و ژانگ (۲۰۲۱) در بدترین حالت مازاد بازده سهام ۰/۰۰۷۴ است.

ژانگ[5] (۲۰۲۲)، یک مدل رشد درون‌زا با تابع مطلوبیت اپشتین-زین ارائه می‌کند که در آن بهره‌وری کارگزار نماینده تابعی از سرمایه‌گذاری است. او همانند مینهوت (۲۰۰۴) نشان می‌دهد که ابهام‌گریزی در کنار تابع مطلوبیت اپشتین-زین قادر به پاسخگویی به دو معمای صرف سهام و نرخ بدون ریسک در این مدل است. در واقع، سهم اصلی این پژوهش در بررسی نقش ابهام‌گریزی در کاهش رشد اقتصادی آمریکا در سال‌های قبل از رکود مالی ۲۰۰۸ و در دوره بازیابی از رکود است (Zhang, 2022).

1. Bansal & Yaron
2. Wachter
3. Chetty
4. Welch
5. Zhang

مدل حاضر یک مدل اصطکاک مالی در فضای متضمن ابهام است. در مدل حاضر دو کارگزار خانوار و خبرگان وجود دارند که خبرگان به فناوری تولید دسترسی دارند و قادر به تولید محصول هستند، در حالی که خانوارها تنها مصرف‌کننده هستند (بنابراین، کل سرمایه فیزیکی توسط خبرگان نگهداری می‌شود). خبرگان برای تامین مالی می‌توانند از خانوار وام بگیرند یا سهام خارجی منتشر کنند. خانوارها می‌توانند دارایی بدون ریسک نگهداری و از خبرگان سهام خریداری کنند. خبرگان با اصطکاک مالی از نوع مدل کیوتاکی و مور (۱۹۹۷) روبه‌رو هستند، به این معنا که باید خودشان درصد مشخصی از سهام را نگهداری کنند؛ به دیگر سخن، باید سهام داخلی داشته باشند که به‌اصطلاح «پول در بازی» نامیده می‌شود. وجود اصطکاک مالی موجب می شود که ثروت کارگزاران اهمیت یابد. اساساً تا زمانی که کارگزاران بهره‌ور محدودیت مالی ندارند، توزیع ثروت اهمیتی ندارد، اما با اصطکاک مالی، توزیع ثروت می‌تواند شوک‌های کلان و بهره‌وری کل اقتصاد را متاثر کند. بنابراین، وضعیت سیستم به پویایی های درون‌زای توزیع ثروت میان خبرگان و خانوار وابسته است. به‌طور دقیق‌تر، متغیر وضعیت، نسبت سهم ثروت خبرگان به ثروت کل جامعه است که روی دسترسی به وجوه و انتشار سهام و تعادل کلی سیستم تاثیر می‌گذارد و می‌تواند نااطمینانی و مازاد بازده مورد نیاز کارگزاران را متاثر کند.

در این چارچوب کاملاً پویا به دنبال پاسخی دقیق‌تر برای معماهای مازاد صرف سهام و نرخ بهره بدون ریسک هستیم. تمرکز این پژوهش بر بررسی نقش ابهام بر دو معمای مذکور است. وجود ابهام‌گریزی همگن در قالب باورهای پیشین چندگانه گیلبوا و اشمیدلر[1] (۱۹۸۹) مدلسازی شده است. در مدل‌های ابهام فرض بر این است، علاوه بر این‌که کارگزاران دربارهٔ پیامدها دچار عدم قطعیت هستند (که تحت عنوان شرایط ریسکی شناخته می‌شود)، در مورد احتمال وقوع پیامدها نیز آگاهی ندارند. یکی از روش‌های مدلسازی ابهام، روش باورهای چندگانه از نوع حداقل-حداکثر مطلوبیت انتظاری است. در این رویکرد، کارگزاران چندین باور پیشین دربارهٔ توزیع احتمال پیامدها و به تبع آن چندین توزیع احتمال در ذهن دارند. کارگزارانِ ابهام‌گریز بدترین توزیع احتمال را در نظر می‌گیرند و سعی می‌کنند تابع هدف خود را بر اساس بدترین توزیع احتمال بیشینه کنند. این امر می تواند مازاد بازده مورد نیاز کارگزاران را به سبب باورهای بدبینانه‌شان افزایش دهد.

ما برای پاسخ به این دو معما، علاوه بر لحاظ ابهام‌گریزی، فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر را در مدل لحاظ کردیم. این امر به انطباق مدل با حقایق تجربی مربوط به قیمت سرمایه فیزیکی، نسبت قیمت به سود سهام، مازاد تلاطم سهام و به تبع آن بازده دارایی کمک می‌کند. تمرکز مدل تعادل عمومی حاضر بر سمت عرضه اقتصاد است. در واقع، ایده کلی آن است که لحاظ باورهای بدبینانه به همراه فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر در یک مدل اصطکاک مالی، که در آن علاوه بر سمت تقاضا، سمت عرضه نیز به‌خوبی تصریح شده است، می‌تواند پاسخ مناسبی به دو معمای مد نظر ارائه دهد، بدون آن‌که نیازی به استفاده از تابع مطلوبیت اپشتین-زین باشد.

در این مدل، توابع و معادلاتی برای فناوری، ترجیحات، تولید و سرمایه فرض می‌کنیم. یکی از مهم‌ترین مفروضات، مبتنی بر مدل برونرمایر و سانیکوف (۲۰۱۴)، این است که به‌جای واحدهای فیزیکی سرمایه، سرمایه موثر را با استفاده از شوک ایتو[2] در فرایند سرمایه در نظر می‌گیریم. سپس برای حل این مدل تعادل عمومی کاملاً پویا از روش چهارمرحله‌ای استفاده می‌کنیم.

در مرحله اول، پویایی‌های قیمت تعادلی بازار دارایی‌ها را با یک حرکت هندسی ایتو با پارامترهای رانش و نوسان نامعلوم فرض می کنیم که این پارامترها به صورت درون‌زا تعیین می‌شوند و تابعی از متغیر وضعیت هستند. با استفاده از این فرایند و فرایند سرمایه موثر، فرایندهای بازده دارایی‌ها و ثروت خالص کارگزاران به‌دست می‌آیند. در مرحله بعد، شرایط تعادلی مشخص می شوند که در آن بازارها تسویه می‌شوند و مطلوبیت‌های مورد انتظار در چارچوب باورهای کاملاً بدبینانه، حداقل-حداکثر مطلوبیت انتظاری بهینه می‌شوند. باورهای بدبینانه بر اساس مدل باورهای پیشین چندگانه برای کارگزاران لحاظ می‌شوند. در مرحله سوم،

1. Gilboa & Schmeidler

2. Geometric Ito Motion (GIM)

باید قانون حرکت متغیر وضعیت مشخص شود. مرحله چهارم تبدیل شرایط تعادل و قانون حرکت متغیر وضعیت به معادلاتی است که با روش‌های عددی برای مقادیر مجهول قابل‌حل باشند.

چارچوب مدل

یک مدل زمان‌پیوسته با کارگزاران ناهمگن را در نظر بگیرید که در آن دو نوع کارگزار وجود دارد؛ خانوار (h) و خبرگان (e) که با $i = [h, e]$ نشان داده می‌شود و هر یک از آن‌ها پیوستاری از $[0\ \ 1]$ هستند. تنها خبرگان به فناوری تولید دسترسی دارند و خانوارها فقط مصرف‌کننده هستند. خبرگان می‌توانند از خانوار وام بگیرند و ریسک‌شان را با انتشار سهام با آنان به اشتراک بگذارند (البته با رعایت قید اصطکاک مالی). خانوارها می‌توانند سهام را از خبرگان خریداری کنند و دارایی بدون ریسک نگه دارند. خبرگان و خانوار دربارهٔ شوک کلی دچار ابهام هستند و اساساً ابهام‌گریزند. آنان نمی‌توانند توزیع احتمال منفردی را برای پیامدهای گوناگون در نظر بگیرند و از میان چندین توزیع احتمال مبتنی بر چارچوب باورهای پیشین چندگانه، بدترین توزیع احتمال را از طریق بهینه‌یابی حداقل-حداکثر ترجیحات انتظاری گیلبوا و اشمیدلر (۱۹۸۹) انتخاب می‌کنند.

باورهای چندگانه

در راستای لحاظ ابهام، مدل در فضای حالت $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ تعریف می‌شود. از آن‌جا که کارگزاران با ابهام مواجه هستند، پس $\mathcal{P}$ به‌جای یک اندازه احتمال منفرد مجموعه‌ای از باورهای پیشین است که در فضای پیشامد $\mathcal{F}_t$ تعریف می‌شود. هر باور پیشین Q^θ از طریق تابع مولد توزیع $\theta \in \Theta$ ایجاد می‌شود که در چارچوب κ-ایگنورنس در بازهٔ $[-k, k]$ قرار دارد. هر Q^θ یک اندازه احتمال هم‌ارز برای احتمال مرجع P است، به‌طوری که:

$$\mathcal{P} = \left\{Q^\theta:\ \theta \in \Theta,\ \ \frac{dQ^\theta}{dP} = \Gamma_t^\theta\right\} \qquad (۱)$$

$$\Gamma_t^\theta = \exp\{-\tfrac{1}{2}\int_0^t \theta^2 ds - \int_0^t \theta\, dZ_t\} \qquad (۲)$$

Γ_t^θ یک مارتینگل[1] است. کارگزاران دربارهٔ این‌که شوک کلی Z_t یک حرکت ایتو هندسی باشد، دچار ابهام هستند. پس با استفاده از قضیه گیرسانوف[2] تحت هر اندازه احتمال هم‌ارز Q^θ، Z_t را به $Z_t^{Q^\theta}$ تبدیل می‌کنند که طی آن خانواده‌ای از فرایندها ایجاد می‌شوند که به موجب قضیه گریسانوف، در عبارت رانش با یکدیگر تفاوت دارند. به عبارت دیگر:

$$Z_t^{Q^\theta} = Z_t + \int_0^t \theta ds \qquad (۳)$$

بدین ترتیب، تابع مطلوبیت انتظاری هر کارگزار به شرح زیر خواهد بود:

$$V_0^{iQ^\theta} = E_0^{iQ^\theta}[\int_0^\infty \exp(-\rho s) u(c_s) ds] \qquad (۴)$$

برای سهولت در اجرای ابهام همگن در چارچوب حاضر، معادله (۴) به شکل معادله (۵) بازنویسی می‌شود:

$$V_0^{iQ^\theta} = E_0^{Q^\theta}\left[\int_0^\infty \exp(-\rho s)\, u(c_s^i)\, ds\right] = E_0\left[\int_0^\infty \Gamma_t^\theta \exp(-\rho s)\, u(c_s^i)\, ds\right]) \qquad (۵$$

با کمک تبدیل فوق، دیگر نیازی به اِعمال قضیه گیرسانوف روی تمام معادلات مفروض نیست، به این معنا که می‌توان معادلات مربوط به حرکات ایتو هندسی را برحسب Z_t نوشت.

مرحله یکم. فرض کردن توابع و معادلات فناوری، ترجیحات، تولید، سرمایه و قیمت

1. Martingale
2. Girsanov Theorem

هر یک از خبرگان e در پیوستار [1 0] دارای تابع تولید از نوع بازده ثابت به مقیاس معادله (۶) هستند که در آن a فناوری تولید و k_t^e سرمایه فیزیکی موثر هر یک از خبرگان است:

$$y_t^e = ak_t^e \qquad (۶)$$

قانون حرکت k_t^e به فرم معادله (۷) است که در آن ι_t سرمایه‌گذاری داخلی هر یک از خبرگان و $\Phi(\iota_t)$ تابع هزینه تعدیل سرمایه‌گذاری است، به‌طوری که $\Phi' > 0$ و $\Phi'' \leq 0$. ما فرض می‌کنیم که $\Phi(\iota_t) = log(\alpha\iota + 1)/\alpha$ است که در آن α پارامتر هزینه تعدیل است. نرخ استهلاک با δ نشان داده شده است.

$$\frac{dk_t^e}{k_t^e} = \ (\Phi(\iota_t) - \delta)dt + \sigma dZ_t \qquad (۷)$$

مطلوبیت آنی هر خانوار و خبره دارای فرم مطلوبیت با ضریب ریسک‌گریزی نسبی ثابت γ است.

$$u\ (c_t^i) = \frac{(c_t^i)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \qquad (۸)$$

ثروت خالص هر خبره n_t^e عبارت است از سرمایه فیزیکی به همراه دارایی بدون ریسک (در صورت لزوم) منهای سهام خارجی منتشرشده و بدهی به خانوار. ثروت خالص هر خانوار n_t^h عبارت است از دارایی بدون ریسک و سهامِ خریداری‌شده از خبرگان.

فرض بر این است که تمام خانوارها مشابه یکدیگر و همین‌طور خبرگان نیز مشابه هم هستند. بنابراین، در هنگام تجمیع داریم: $K_t = K_t^e = k_t^e$ ، $C_t^e = c_t^e$ ، $C_t^h = c_t^h$ و $N_t^e = n_t^e$ ، $N_t^h = n_t^h$. به علاوه، در اقتصاد کل ثروت جامعه معادل $N_t = N_t^h + N_t^e$ است که معادل کل ارزش سرمایه فیزیکی در اقتصاد، یعنی $q_t K_t$ است که در آن q_t قیمت تعادلی هر واحد سرمایه فیزیکی است. در این مرحله فرض می‌کنیم که قانون حرکت قیمت تعادلی هر واحد سرمایه فیزیکی q_t دارای حرکت ایتو هندسی زیر باشد:

$$\frac{dq_t}{q_t} = \mu_t^q dt + \sigma_t^q dZ_t \qquad (۹)$$

که μ_t^q عبارت رانش و σ_t^q تلاطم قیمت و تابعی از متغیر وضعیت هستند. به علاوه، فرض می‌شود که خانوار و خبرگان می‌توانند دارایی بدون ریسک را با هم مبادله کنند. پس قانون حرکت عامل تنزیل تصادفی برای خانوار و خبرگان به شرح معادله (۱۰) فرض می‌گردند:

$$\frac{d\xi_t^i}{\xi_t^i} = -r_t dt - \varsigma_t^i dz_t \qquad (۱۰)$$

که در آن r_t نرخ بهره بدون ریسک و ς_t^e و ς_t^h به‌ترتیب صرف نااطمینانی خانوار و خبرگان هستند که مقدار آن‌ها تابعی از متغیر وضعیت سیستم است. با استفاده از لِم ایتو[1] و معادلات حرکت (۷) و (۹) می‌توان بازده سرمایه فیزیکی را به‌دست آورد:

$$dr_t^K = \underbrace{\left(\frac{a-\iota_t}{q_t}\right)dt}_{\text{عملکرد سود سهام}} + \underbrace{\left(\Phi(\iota_t) - \delta + \mu_t^q + \left(\sigma_t^q\right)\sigma\right)dt + \left(\sigma_t^q + \sigma\right)dZ_t}_{\frac{\boldsymbol{d(q_t K_t)}}{\boldsymbol{q_t K_t}} = \text{عایدی سرمایه‌ای}} \qquad (۱۱)$$

معادلات حرکت ثروت خانوار به شکل معادله (۱۲) است:

$$\frac{dN_t^h}{N_t^h} = (1 - x_t^h)r_t dt + x_t^h\ (E_t\left[dr_t^{K^e}\right]dt + \left(\sigma_t^q + \sigma\right)dZ_t) - \frac{C_t^h}{N_t^h}dt \qquad (۱۲)$$

خانوار می‌تواند از خبرگان سهام خریداری کند و در نااطمینانی خبرگان سهیم شود. بنابراین، x_t^h وزن دارایی نامطمئن در پرتفوی خانوار است. به همین ترتیب، برای خبرگان داریم:

$$\frac{dN_t^e}{N_t^e} = (1 - x_t^e)r_t dt + x_t^e\ (E_t\left[dr_t^{K^e}\right]dt + \left(\sigma_t^q + \sigma\right)dZ_t) - \frac{C_t^e}{N_t^e}dt \qquad (۱۳)$$

1. Ito's Lemma

x_t^e وزن دارایی نامطمئن در پرتفوی خبرگان است. اگر $x_t^e > 1$ باشد، آنگاه خبرگان بدهی ایجاد کرده و از خانوار استقراض کرده‌اند.

مرحله دوم. شرایط تعادلی

در ابتدا به تعیین بدترین حالت در ابهام‌گریزی می‌پردازیم. همان‌طور که گفته شد، در باورهای چندگانه پیشین، افراد چندین توزیع احتمال در ذهن دارند. در چارچوب حداقل-حداکثر مطلوبیت انتظاری از معادله (۵) داریم:

$$\max_{C^i} \min_{Q^\theta} V_0^{iQ^\theta} = E_0^{Q^\theta}\left[\int_0^\infty \exp(-\rho s)\, u(C_s^i)\, ds\right] = \int_0^\infty \exp(-\rho s)\, u(c_s^i)\, ds + \sigma^{ic} dZ^{Q^\theta}$$
$$= \int_0^\infty \exp(-\rho s)\, u(C_s^i)\, ds + \sigma^{ic}\theta ds + \sigma^{ic} dZ \qquad (۱۴)$$

طبق معادله (۲) و با فرض $\sigma^{ic} > 0$ بهینه ابهام‌گریزی در $\theta^* = \kappa$ است و تابع مطلوبیت کارگزاران به شرح معادله (۱۵) خواهد بود.

$$\max_{C^i} V_0^{iQ^\kappa} = E_0^{Q^\kappa}\left[\int_0^\infty \exp(-\rho s)\, u(C_s^i)\, ds\right]$$
$$= E_0\left[\int_0^\infty \Gamma_t^\kappa \exp(-\rho s)\, u(C_s^i)\, ds\right] \qquad (۱۵)$$

با استفاده از معادله (۱۵) و اصل حداکثر تصادفی و بهینه‌یابی مصرف برای کارگزاری که با قید ثروت مواجه است، به‌راحتی می‌توان نشان داد که:

$$exp(-\rho t)\Gamma_t^\kappa\, u'(C_s^i) = \xi_t^i \qquad (۱۶)$$

همان‌طور که در معادله (۱۶) مشخص است، ابهام‌گریزی بر عامل تنزیل تصادفی به‌طور مستقیم اثرگذار است. اگرچه با توجه به ماهیت کاملاً پویا و درون‌زای مدل، کانال اثرگذاری غیرمستقیم از طریق اثر ابهام بر توزیع ثروت و سپس مطلوبیت نهایی مصرف نیز موجود است. با استفاده از لِم ایتو، معادله‌های (۸)، (۱۰) و (۱۶) می‌توان نشان داد که برای یک تابع مطلوبیت با کشش ریسک‌گریزی نسبی ثابت، داریم:

$$\varsigma_t^i = \gamma \sigma_t^{C^i} + \boldsymbol{\theta}^* \qquad (۱۷)$$

معادله (۱۷)، حاکی از آن است که در غیاب ابهام صرف نااطمینانی معادل با ضریب ریسک‌گریزی ضربدر تلاطم مصرف کارگزار است. اما در شرایط ابهام بدبینانه، صرف نااطمینانی درخواستی کارگزاران، با ثبات سایر شرایط، به اندازه ابهام‌شان افزایش می‌یابد؛ اگرچه این ارتباط به سبب درون‌زایی تلاطم مصرف و تاثیرپذیری غیرمستقیم از ابهام‌گریزی، کاملاً یک‌به‌یک نیست.

با استفاده از (۱۷)، نسبت شارپ[1] به صورت معادله (۱۸) خواهد بود:

$$\frac{E_t[dr_t^K - r_t dt]dt}{\sigma + \sigma^q} = \chi_t \varsigma_t^e + (1-\chi_t)\varsigma_t^h \qquad (۱۸)$$

بازده حاصل از سرمایه فیزیکی بین خانوار و خبرگان بسته به میزان نگهداری سهام و صرف نااطمینانی درخواستی تقسیم می‌شود. میزان سهام داخلی χ_t و سهام خارجی $1-\chi_t$ است که بسته به اصطکاک مالی $\underline{\chi}$ و صرف نااطمینانی کارگزاران تعیین می‌شود:

$$\begin{cases} \chi_t = \underline{\chi} & \varsigma^e > \varsigma^h. \\ \chi_t > \underline{\chi} & \varsigma^e \le \varsigma^h. \end{cases} \qquad (۱۹)$$

اگر صرف نااطمینانی خبرگان بزرگ‌تر از خانوار $\varsigma^e > \varsigma^h$ باشد، آنگاه خبرگان تمایل دارند سهام خارجی بیش‌تری را منتشر کنند، اما باید حتماً خودشان را به اندازهٔ $\underline{\chi}$ نگهداری کنند که نقش همان پول در بازی را دارد. در نهایت $\chi_t = \underline{\chi}$ می‌شود. اگر

1. Sharpe Ratio

خانوار نسبت به خبرگان صرف نااطمینانی بیش‌تری بخواهند، خبرگان تمایل دارند سهام داخلی بیش‌تری نگهداری کنند، پس $\chi_t > \underline{\chi}$.

رویکرد حداقل-حداکثر مطلوبیت انتظاری دارای خاصیت سازگاری زمانی پویاست. بنابراین، می‌توان از روش برنامه‌ریزی پویا در ادامهٔ بهینه‌یابی بهره برد و تابع ارزش را برای کارگزاران استخراج کرد. برای این منظور تابع مطلوبیت انتظاری به شکل معادله (۲۰) بازنویسی می‌شود:

$$V_0^i = \max_{c^i} E_0[\int_0^t \Gamma_t^\kappa \, exp(-\rho s)\, u(C_s^i) ds + \Gamma_t^\kappa exp(-\rho t) V_t^i] \quad (۲۰)$$

متناظر با تابع مطلوبیت آنی با فرم تابع ریسک‌گریزی نسبی ثابت، توابع ارزش کارگزاران V_t^i به شکل معادله (۲۱) فرض می‌شود:

$$V_t^i = \nu_t^i \frac{(K_t^i)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (۲۱)$$

که در آن ν_t^i نمایانگر فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر برای کارگزاران است که دارای قانون حرکت معادله (۲۲) است:

$$\frac{d\nu_t^i}{\nu_t^i} = \mu_t^{\nu^i} dt + \sigma_t^{\nu^i} dZ_t \quad (۲۲)$$

در تعادل باید مطلوبیت نهایی مصرف و ثروت با هم برابر باشند، اما توابع ارزش برحسب سرمایه کل اقتصاد نوشته شده‌اند. بنابراین، برای محاسبه ثروت نهایی باید تبدیل متغیر صورت گیرد. برای این منظور از متغیر توزیع ثروت خبرگان η_t که متغیر وضعیت سیستم نیز است، استفاده می‌کنیم که به صورت معادلات زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_t = \frac{N_t^e}{q_t K_t} \quad (۲۳)$$

$$V_t^e = \nu_t^e \frac{(K_t^e)^{1-\gamma}}{1-\gamma} = \nu_t^e \frac{(N_t^e/\eta_t q_t)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (۲۴)$$

برابری ثروت نهایی خبرگان با مصرف نهایی آنان مستلزم برابری معادله (۲۵) است:

$$(C_t^e)^{-\gamma} = \frac{\nu_t^e}{(\eta_t q_t)^{1-\gamma}} (N_t^e)^{-\gamma} = \frac{\nu_t^e}{\eta_t q_t} (\mathrm{K_t})^{-\gamma} \quad (۲۵)$$

به همین ترتیب، برای خانوار داریم:

$$(C_t^h)^{-\gamma} = \frac{\nu_t^h}{((1-\eta_t) q_t)^{1-\gamma}} (N_t^h)^{-\gamma} = \frac{\nu_t^h}{(1-\eta_t) q_t} (\mathrm{K_t})^{-\gamma} \quad (۲۶)$$

با استفاده از معادلات (۱۷)، (۲۵) و (۲۶) و لِم ایتو می‌توان نشان داد که:

$$\varsigma_t^e = \gamma \sigma_t^{C^e} + \theta^* = -\sigma_t^{\nu^e} + \sigma_t^{\eta^e} + \sigma_t^q + \gamma\sigma + \theta^* \quad (۲۷)$$

$$\varsigma_t^h = \gamma \sigma_t^{C^h} + \theta^* = -\sigma_t^{\nu^h} - \frac{\eta}{1-\eta} \sigma_t^{\eta^e} + \sigma_t^q + \gamma\sigma + \theta^* \quad (۲۸)$$

$\sigma_t^{\nu^e}$ و $\sigma_t^{\eta^e}$، σ_t^q هر سه متغیرهای درون‌زایی مدل هستند که بسته به متغیر وضعیت سیستم η_t و تاثیر ابهام بر آن‌ها صرف نااطمینانی را تغییر می‌دهند. همچنین، با استفاده از معادلات (۷)، (۲۰)، (۲۱) و (۲۲) و لِم ایتو می‌توان نشان داد که معادله همیلتون-ژاکوبی-بلمن[1] برای خانوار و خبرگان به صورت معادله (۲۹) است.

$$\frac{(C_t^i)^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \rho \nu_t^i \frac{(K_t^i)^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \nu_t^i \frac{(K_t^i)^{1-\gamma}}{1-\gamma} (\mu_t^{\nu^i} + (1-\gamma)(\Phi(\iota_t) - \delta) - \frac{\gamma(1-\gamma)}{2}\sigma^2 + \sigma_t^{\nu^i}(1-\gamma)\sigma - \theta^*(\sigma_t^{\nu^i} + (1-\gamma)\sigma)) = 0 \quad (۲۹)$$

1. Hamilton–Jacobi-Bellman Equation

در معادله (۲۹)، باید مقادیر مصرف و سرمایه فیزیکی با مقادیر تعادلی جایگزین شوند. برای این منظور از معادلات (۲۵) و (۲۶) استفاده می‌کنیم. با جایگذاری این معادله‌ها در معادله (۲۹) داریم:

$$\mu_t^{\nu^i} = \rho - \frac{(\eta_t^i q_t)^{1/\gamma-1}}{(\nu_t^i)^{1/\gamma}} - (1-\gamma)(\Phi(\iota_t) - \delta) + \frac{\gamma(1-\gamma)}{2}\sigma^2 - \sigma_t^{\nu^i}(1-\gamma)\sigma + \theta^*(\sigma_t^{\nu^i} + (1-\gamma)\sigma)) \qquad (۳۰)$$

طبق معادله (۳۰)، ابهام‌گریزی به‌طور مستقیم و غیرمستقیم بر رشد فرصت‌های سرمایه‌گذاری اثرگذار است. نرخ سرمایه‌گذاری داخلی بهینه $\iota(q_t)$ از بیشینه کردنِ بازده سرمایه نسبت به نرخ سرمایه‌گذاری داخلی حاصل می‌شود، یعنی بیشینه کردنِ رابطه (۱۱) نسبت به ι_t:

$$\Phi'(\iota_t) = \frac{1}{q_t} \qquad (۳۱)$$

در این اقتصاد دوبخشی داریم: $\sum_i C_t^i = Y_t - \iota(q_t)K_t$. با استفاده از معادلات (۶)، (۲۵) و (۲۶)، می‌توان شرط تسویه بازار کالا را در معادله (۳۲) تصریح کرد:

$$\left(\frac{\eta_t\, q_t}{\nu_t^e}\right)^{\frac{1}{\gamma}} + \left(\frac{(1-\eta_t)\, q_t}{\nu_t^h}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = a - \iota(q_t) \qquad (۳۲)$$

شایان اشاره است که اگرچه تاثیر ابهام‌گریزی بر پویایی‌های مصرف و پس‌انداز احتیاطی به‌طور صریح قابل‌مشاهده نیست، اما از طریق متغیرهای درون‌زای سیستم (یعنی همه متغیرهای فوق به‌غیر از پارامتر بهره‌وری و ریسک‌گریزی) اثرگذار است که تنها از طریق تحلیل عددی قابل‌پیگیری است. در نهایت، شروط تسویه بازار سرمایه حاکی از آن است که:

$$x_t^e = \frac{\chi_t q_t K_t}{N_t^e} = \frac{\chi_t}{\eta_t} \qquad (۳۳)$$

$$x_t^h = \frac{(1-\chi_t) q_t K_t}{N_t^h} = \frac{1-\chi_t}{1-\eta_t} \qquad (۳۴)$$

خبرگان به اندازهٔ χ_t از ثروت کل جامعه را تملک کرده‌اند که وقتی به صورت سهمی از ثروت خالص‌شان بیان شود، سهم پرتفوی خبرگان از دارایی نامطمئن حاصل می‌شود، که در معادله (۳۳) تصریح شده است. در مورد خانوار نیز به همین ترتیب عمل می‌کنیم.

با جایگذاری معادلات (۱۷)، (۱۸)، (۳۳) و (۳۴) در معادلات (۱۲) و (۱۳)، معادلات حرکت ثروت کارگزاران به شکل زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\frac{dN_t^e}{N_t^e} = r_t dt + \left(\frac{\chi_t}{\eta_t}(\sigma + \sigma_t^q)(\gamma\sigma_t^{C^e} + \theta^*)dt + \frac{\chi_t}{\eta_t}(\sigma + \sigma_t^q)dZ_t\right) - \frac{C_t^e}{N_t^e}dt \qquad (۳۵)$$

$$\frac{dN_t^h}{N_t^h} = r_t dt + \frac{1-\chi_t}{1-\eta_t}(\sigma + \sigma_t^q)((\gamma\sigma_t^{C^h} + \theta^*)dt + dZ_t) - \frac{C_t^h}{N_t^h}dt \qquad (۳۶)$$

در معادلات (۳۵) و (۳۶) نیز اثرات مستقیم و غیرمستقیم نااطمینانی‌گریزی بر پویایی ثروت کارگزاران مشهود است.

مرحله سوم. قانون حرکت متغیر وضعیت η_t

همان‌طور که بیان شد، سهم ثروت خالص خبرگان متغیر وضعیت سیستم است که باید قانون حرکت آن را بر اساس روابط تعادلی استخراج کنیم. با توجه به تعریف متغیر وضعیت، با استفاده از معادله حرکت سرمایه کل اقتصاد، معادله (۳۵) و لِم ایتو می‌توان معادله حرکت η_t را به‌دست آورد. معادله حرکت ثروت کل اقتصاد از معادله (۳۷) پیروی می‌کند:

$$\frac{d(q_t K_t)}{q_t K_t} = (\Phi(\iota) - \delta + \mu_t^q - \sigma\sigma_t^q)dt + (\sigma + \sigma_t^q)dZ_t \qquad (۳۷)$$

با جایگذاری معادله‌های (۱۱) و (۱۸) در معادله (۳۷) داریم:

$$\frac{d(q_t K_t)}{q_t K_t} = dr_t^K - \frac{a-\iota}{q_t}dt = r_t dt + (\sigma + \sigma_t^q)((\chi_t\varsigma_t^e + (1-\chi_t)\varsigma_t^h)dt + dZ_t) - \frac{a-\iota}{q_t}dt \qquad (۳۸)$$

با فرض این‌که معادله حرکت η_t از معادله حرکت (۳۹) پیروی می‌کند، با استفاده از معادله (۳۸)، (۳۵) و لِم ایتو می‌توان نشان داد که:

$$\frac{d\eta_t}{\eta_t} = \mu^\eta dt + \sigma^\eta dZ_t \qquad (۳۹)$$

$$\mu^\eta = \left(\frac{a^e - \iota}{q_t} - \frac{(\eta_t q_t)^{\frac{1}{\bar{\gamma}}-1}}{(\nu_t^e)^{\frac{1}{\bar{\gamma}}}}\right) + \sigma^\eta\left((\gamma\sigma^{C^e} + \theta^*) - (\sigma + \sigma_t^q)\right) - (\sigma + \sigma_t^q)(1 - \chi_t)(\gamma(\sigma^{C^e} - \sigma^{C^h})) \qquad (۴۰)$$

ابهام‌گریزی به‌طور مستقیم و غیرمستقیم بر پویایی توزیع ثروت موثر است. کانال اثرگذار مستقیم از تغییرات صرف نااطمینانی سهام درونی در نتیجهٔ ابهام‌گریزی ایجاد می‌شود. و:

$$\sigma^\eta = \frac{\chi_t - \eta_t}{\eta_t}(\sigma + \sigma_t^q) \qquad (۴۱)$$

مرحله چهارم. تبدیل شرایط تعادلی و قانون حرکت η_t به معادلاتی برای مقادیر مجهول

ما فرض کردیم که q_t و ν_t^i حرکت‌های ایتو با عبارات رانش و تلاطم ناشناخته هستند. در این مرحله، باید این پارامترهای ناشناخته را برحسب متغیر وضعیت η_t پیدا و در صورت لزوم معادلات دیفرانسیل مربوطه را با روش‌های عددی حل کنیم. با استفاده از لِم ایتو می‌توان نشان داد که:

$$\sigma^{\nu_t^i} = \frac{\partial \nu^i(\eta,t)/\partial\eta_t}{\nu^i(\eta,t)}\sigma^{\eta_t}\eta_t \qquad (۴۲)$$

و

$$\sigma^{q_t} = \frac{\partial q(\eta,t)/\partial\eta_t}{q(\eta,t)}\sigma^\eta\eta_t \qquad (۴۳)$$

یا:

$$(\sigma + \sigma^{q_t})\left(1 - \frac{\frac{\partial q(\eta,t)}{\partial\eta_t}}{\frac{q(\eta,t)}{\eta_t}}\frac{\chi_t - \eta_t}{\eta_t}\right) = \sigma \qquad (۴۴)$$

$$\mu_t^{\nu^i}\nu^i(\eta,t) = \mu_t^\eta\eta_t\frac{\partial\nu^i(\eta,t)}{\partial\eta_t} + \frac{(\sigma_t^\eta\eta_t)^2}{2}\frac{\partial^2\nu^i(\eta,t)}{\partial{\eta_t}^2} + \frac{\partial\nu^i(\eta,t)}{\partial t} \qquad (۴۵)$$

پس تمام چهار متغیر فوق به واسطهٔ متغیر وضعیت از ابهام متاثر می‌شوند. معادله دیفرانسیل جزئی (۴۵) با استفاده از روش اویلر پسرو[1] حل می‌شود.

نتایج مطالعه در نقطه تعادلی وضعیت پایدار تصادفی ارائه می‌شوند. در این چارچوب وضعیت تعادلی جایی است که متغیر وضعیت مارتینگل باشد. شایان اشاره است که با توجه به چارچوب کاملاً پویا[2] این مدل که در آن حتی متغیر وضعیت سیستم به صورت درون‌زا تغییر می‌کند، ابهام به‌طور مستقیم و غیرمستقیم متغیرهای سیستم را متاثر می‌کند. ابهام در برخی معادلات به‌طور صریح قابل‌مشاهده است، اما بخش مهم دیگر اثرگذاری ابهام بر متغیر وضعیت سیستم است که در این سیستم کاملاً درون‌زا بر تمامی متغیرهای سیستم اثر می‌گذارد. بنابراین، بخشی از کانال‌های اثرگذاری به صورت صریح قابل‌مشاهده و تحلیل هستند و برخی تنها با رویکرد عددی قابل‌توضیح‌اند.

کالیبره کردن مدل و تحلیل نتایج

1. Euler Backward
2. Full Dynamic

برای یافتن برخی از پارامترهای مدل به منظور کالیبره کردن آن، ابتدا به پژوهش‌های پیشین در خصوص این دو معما مراجعه شد. بارو (۲۰۰۹) و پندیک و وانگ (۲۰۱۳)، در خصوص دو معمای صرف ریسک سهام و نرخ بهره بدون ریسک متضمن لحاظ‌سازی اثر فجایع نادر بر آن‌ها هستند. هر یک از این مطالعات دارای فروضی هستند که استفاده از پارامترهای آنان را در پژوهش حاضر نامناسب می‌کند. برای مثال، بارو (۲۰۰۹) فرض می‌کند هزینه تعدیل سرمایه صفر و قیمت سرمایه یک است، در حالی که هزینه تعدیل صفر به دور از واقعیت است. طبق تخمین‌های مطالعات مختلف قیمت سرمایه بیش‌تر از واحد است. پندیک و وانگ (۲۰۱۳)، نیز برای محاسبه پارامتر بهره‌وری از نسبت سرمایه ناملموس به مجموع سرمایه فیزیکی، ناملموس و انسانی استفاده کردند. آنان برای محاسبه سرمایه انسانی فرض می‌کنند که صرف بازده نیروی کار و سرمایه با هم برابر است، میزان حداقل دستمزدِ در نظر گرفته‌شده نامعین و جزئیات مورد نیاز در محاسبات مطرح نشده بود، میزان سرمایه فناورانه مطرح یا لحاظ نشده، و قیمت سرمایه دقیق نبود. به همین دلیل، برای کالیبره کردن مدل از مک‌گرتان و پرسکات (۲۰۰۵) استفاده شد. آنان دورهٔ زمانی ۱۹۶۰ تا ۱۹۶۹ و ۱۹۹۰ تا ۲۰۰۱ را در آمریکا مورد مطالعه قرار دادند. ما نسبت قیمت به سود سهام و استهلاک را از پژوهش آنان استخراج کردیم. نسبت قیمت به سود سهام به‌ترتیب ۱۴/۵ و ۲۸/۱ است که میانگین آن‌ها ۲۱/۳ است. قیمت سرمایه طبق پژوهش ردیک و وایند[1] (۲۰۰۹) که از داده‌های سطح خرد بنگاه‌های غیرمالی آمریکا از سال ۱۹۷۲ تا ۲۰۰۶ برای تخمین آن استفاده کرده‌اند، معادل ۱/۴۳ در نظر گرفته شد. دلیل انتخاب این پژوهش آن است که مبتنی بر داده‌های خرد در سطح بنگاه است که تخمین دقیق‌تری از قیمت سرمایه ارائه می‌کند. در همین پژوهش، نرخ سرمایه‌گذاری معادل ۰/۰۹۶۷ است. در نتیجه، بهره‌وری از معادله قیمت به سود سهام معادل ۰/۱۶۴ است. از معادله (۲۸)، مقدار پارامتر هزینه تعدیل ۴/۴۴ شد.

نرخ تنزیل ذهنی در پندیک و وانگ (۲۰۱۳) ۰/۰۴۹۸ است. در مدل ناهمگن حاضر خبرگان به فناوری تولید دسترسی دارند و بهره‌وری بالاتری دارند که می‌تواند به بلعیده شدن کل اقتصاد منجر شود. در ضمن، ابهام‌گریزی حتی به صورت همگن، توزیع ثروت را به نفع خبرگان تغییر می‌دهد که می‌تواند حذف خانوار از اقتصاد و ایجاد راه‌حل گوشه‌ای را پدید آورَد. نرخ تنزیل ذهنی بالاتر خبرگان تضمین می‌کند که سیستم دارای یک راه‌حل میانی و نه گوشه‌ای باشد. بنابراین، نرخ تنزیل ذهنی خانوار را کمی کم‌تر از خبرگان در نظر گرفتیم. در نتیجه، نرخ تنزیل ذهنی برای خبرگان ۰/۰۴۹۸ و برای خانوار ۰/۰۴۵ درصد است که تفاوت اندکی با نرخ تنزیل خبرگان دارد.

برای پارامتر تلاطم سرمایه و بازده سهام از داده‌های بازده سهام استفاده شد، زیرا داده‌های سهام در خصوص نااطمینانی اطلاعات مفیدتری دارد. در پژوهش پندیک و وانگ (۲۰۱۳)، با استفاده از داده‌های مرکز تحقیقات قیمت‌های اوراق بهادار[2] آمریکا برای دوره زمانی ۱۹۴۷ تا ۲۰۰۸، مقدار تلاطم سرمایه ۰/۱۳۵۵ و مقدار بازده سهام معادل ۰۶۸۵ /۰ و بازده دارایی بدون ریسک ۰/۰۰۸ است. ما نیز از همین مقادیر استفاده کردیم (جدول ۱).

جدول ۱: کالیبراسیون مدل

نسبت قیمت به سود سهام	۲۱/۳
قیمت سرمایه	۱/۴۳
ضریب همبستگی	۱
نرخ بهره بدون ریسک	۰/۰۰۸
بازده سهام	۰/۰۶۸۵
تلاطم سرمایه	۰/۱۳۵۵
ضریب جانشینی بین‌زمانی	$1/\gamma$
نرخ تنزیل ذهنی	خبرگان=۰/۰۴۹۸، خانوار=۰/۰۴۵
پارامترهای لازم در کالیبراسیون	
ضریب ریسک‌گریزی نسبی	۱/۳۲

1. Riddick & Whited
2. Center for Research in Security Prices

پارامتر اصطکاک مالی	۰/۵۶
میزان ابهام‌گریزی	۰/۲۶۷۷

منبع: مک‌گرتان و پرسکات (۲۰۰۵)، ردیک و وایتد (۲۰۰۹)، پندیک و وانگ (۲۰۱۳) و محاسبات پژوهش.

با این مقادیر، ضریب ریسک‌گریزی نسبی در کالیبراسیون حاضر معادل ۱/۳۲ شد. چِتی (۲۰۰۶)، مطرح می‌کند که بر اساس داده‌های انگلیس و آمریکا، پارامتر ضریب ریسک‌گریزی نسبی باید عددی کم‌تر از ۲ باشد. مقدار پارامتر ابهام‌گریزی برای خانوار و خبرگان در مدل کالیبره شد که معادل ۰/۲۶۷۷ است. مقدار پارامتر اصطکاک مالی در مدل معادل ۰/۵۶ شد که بر اساس آن و فرض مارتینگل بودن فرایندها، مقدار سهم ثروت خبرگان معادل ۰/۵۳ شد. در خصوص مقدار پارامتر اصطکاک مالی اطلاعاتی در دسترس نیست و پژوهشی در این خصوص یافت نشد. پس از کالیبره کردن مدل، به تحلیل حساسیت در خصوص پارامتر اصطکاک مالی پرداخته شد. نتایج حاکی از آن است که میزان حساسیت مدل و پاسخگویی به دو معما در بازه ۰/۱ تا ۰/۹۵ نسبت به $\underline{\chi}$ بسیار اندک است.

در این کالیبراسیون، برای تلاطم از تلاطم بازده سهام استفاده شد و تلاطم مصرف در مدل به صورت درون‌زا تعیین می‌شد. مینهوت (۲۰۰۴)، هنگام کالیبراسیون روی بازار سهام آمریکا، در مورد دو معمای صرف ریسک سهام و نرخ بهره بدون ریسک و اثر ابهام‌گریزی بر آن‌ها، هر دو تلاطم مصرف و سهام را به صورت برون‌زا وارد مدل می‌کند. در نهایت، وی مطرح می‌کند که ابهام‌گریزی به‌تنهایی نمی‌تواند به‌طور کامل به این دو معما پاسخ دهد و برای انطباق با داده‌های واقعی مستلزم استفاده از تابع اپشتین-زین است. برای این‌که بتوانیم نتایج پژوهش خود را با مینهوت (۲۰۰۴) مقایسه کنیم، از پارامترهای وی نیز در کالیبراسیون بهره بردیم و سپس نتایج را در جدول (۲) با یکدیگر مقایسه کردیم.

جدول ۲: مقایسه کالیبراسیون مدل مینهوت (۲۰۰۴) و پژوهش حاضر برای دوره‌های ۱۹۹۴-۱۸۹۱ و ۱۹۹۶/۳-۱۹۴۷/۲

نمونه	۱۹۹۴-۱۸۹۱	۱۹۴۷/۲-۱۹۹۶/۳
پارامترهای مصرف و بازده سهام از مطالعه مینهوت (۲۰۰۴)		
تلاطم مصرف	۰/۰۳۲۵۷	۰/۰۱۰۸۴
تلاطم سرمایه	۰/۱۸۵۳۴	۰/۱۵۲۱۸
ضریب همبستگی	۰/۴۹۷	۰/۱۹۳
نرخ بدون ریسک	۰/۰۱۹۵	۰/۰۰۷۸۵
مازاد صرف نااطمینانی	۰/۰۶۲۵	۰/۰۷۸۵

	پارامترهای لازم در کالیبراسیون			
	مینهوت (۲۰۰۴)	پژوهش حاضر	مینهوت (۲۰۰۴)	پژوهش حاضر
نرخ تنزیل ذهنی	۰/۰۲	۰/۰۲ و ۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۰/۰۱۹۳ و ۰/۰۱۴
ضریب جانشینی بین‌زمانی	۰/۶	$1/\gamma = ۰/۷۴۶۳$	۰/۶	$1/\gamma = ۰/۷۵۱۹$
ریسک‌گریزی نسبی	۷	۱/۳۴	۱۰	۱/۳۳
میزان ابهام‌گریزی	۲/۹۰	۰/۲۹۴۵	۱۸/۳۴۵	۰/۵۱۲۲
سایر پارامترها	عبارت رانش مصرف=۰/۰۱۷۴۲	پارامترهای قیمت به سود سهام و پارامتر هزینه تعدیل سرمایه همچون کالیبراسیون قبلی است.	عبارت رانش مصرف=۰/۰۱۹۰۸	پارامترهای قیمت به سود سهام و پارامتر هزینه تعدیل سرمایه همچون کالیبراسیون قبلی است.

منبع: مینهوت (۲۰۰۴) و محاسبات پژوهش.

همان‌طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، مینهوت (۲۰۰۴) مدل خود را با دو دسته داده کالیبره می‌کند، یکی ۱۹۹۴-۱۸۹۱ که در ستون دوم گزارش شده است و دیگری ۱۹۴۷/۲-۱۹۹۶/۳ که در ستون سوم قابل‌مشاهده است. برای مقایسه قابلیت و انعطاف‌پذیری مدل خود با مینهوت (۲۰۰۴)، ما نیز مدل خود را با آن پارامترها در این دو دوره زمانی کالیبره کردیم و نتایج آن‌ها را ارائه دادیم. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در مینهوت (۲۰۰۴) حتی با لحاظ تابع مطلوبیت اپشتین-زین، باز هم برای مطابقت با پارامترهای گزارش‌شده، به ضریب ریسک‌گریزی ۷ و ۱۰ به‌ترتیب برای داده‌های ۱۹۹۴-۱۸۹۱ و ۱۹۴۷/۲-۱۹۹۶/۳ نیاز است، در حالی که در پژوهش حاضر، حتی با تابع مطلوبیت CRRA به‌ترتیب با ضریب ریسک‌گریزی معقول ۱/۳۴ و ۱/۳۳ به دو معما پاسخ دادیم.

این نتایج در حالی است که ما نیز همچون مینهوت (۲۰۰۴)، معیار ولش (۲۰۰۰) مبنی بر حداقل مازاد بازده سهام معادل ۰/۰۲ را در بدبینانه‌ترین حالت رعایت کردیم. پس انتقادهای واردشده به روئن و ژانگ (۲۰۲۱) به مدل پژوهش حاضر وارد نیست. نرخ بهره بدون ریسک از معادله (۱۶) و نرخ بازده دارایی نامطمئن از معادله (۱۰) محاسبه شد. همان‌طور که مشخص است، در چارچوب پژوهش حاضر که مبتنی بر سمت عرضه، فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر و توزیع ثروت است، حتی بدون تابع مطلوبیت اپشتین-زین هم می‌توان به دو معمای صرف ریسک و نرخ بهره بدون ریسک پاسخ داد.

بحث و نتیجه‌گیری

ما با استفاده از چارچوب تحلیلی تعادل عمومی تصادفی زمان‌پیوسته ناهمگن ساده و روش‌شناسی چهارگامی کاملاً پویا به بررسی نقش ابهام‌گریزی حداقل-حداکثر مطلوبیت انتظاری برای ارائه پاسخی مناسب به دو معما و پدیده اقتصادی مازاد صرف سهام و نرخ بهره بدون ریسک مطرح در ادبیات اقتصاد مالی پرداختیم. معمای مازاد صرف ریسک و نرخ بهره بدون ریسک که مینهوت (۲۰۰۴) معتقد است نیازمند تابع مطلوبیت اپشتین-زین به همراه ابهام‌گریزی است (در حالی که وجود تابع مطلوبیت

اپشتین-زین به‌تنهایی قادر به حل دو معماست)، در چارچوب حاضر با لحاظ ابهام‌گریزی همگن، سمت عرضه اقتصاد و فرصت‌های سرمایه‌گذاری متغیر بدون لحاظ تابع مطلوبیت اپشتین-زین و در چارچوب تابع مطلوبیت CRRA قابل‌حل است و از انطباق بهتری با حقایق تجربی برخوردار است. این پژوهش نسبت به بارو (۲۰۰۹) و پندیک و وانگ (۲۰۱۳) به‌طور دقیق با داده‌های قیمت به سهام و قیمت سرمایه نیز همخوانی دارد.

در مدل‌های استاندارد که بر اساس ریسک توسعه یافته‌اند، فرض می‌کنند ابهام وجود ندارد. این در حالی است که نشان داده شد لحاظ ابهام در فضای تحلیلی ارائه‌شده می‌تواند پاسخ مناسب‌تری به معماهای دوگانه صرف ریسک و نرخ بدون ریسک نسبت به مطالعات قبلی در این زمینه ارائه کرد.

از نظر کاربردی، پژوهش حاضر با ارائه پاسخی منطبق بر مبانی نظری نوین به دو معمای صرف ریسک و نرخ بدون ریسک، در حقیقت گامی در جهت شناسایی دقیق‌تر عوامل تاثیرگذار بر قیمت‌گذاری دارایی‌ها محسوب می‌گردد. این امر به‌طور کلی می‌تواند به تصمیم‌سازی کارامدتر سه گروه از کارگزاران اقتصادی مشتمل بر سرمایه‌گذاران، مقررات‌گذاران، و سیاست‌گذاران پولی و مالی کمک نماید. به‌طور مشخص‌تر، عطف توجه به دستاوردهای پژوهش حاضر می‌تواند سرمایه‌گذاران را در زمینهٔ تنظیم کارامدتر پرتفوی دارایی‌های خود، با توجه به اصطکاکات مالی موجود و به‌ویژه محدودیت‌های اطلاعاتی و شناختی آن‌ها یاری دهد، مقررات‌گذاران را در زمینه تنظیم مقررات متضمن تقلیل ابهامات بازیگران فعال در بازار اوراق بهادار و بدین طریق کاهش در ناکارایی‌های موجود رهنمود گرداند، و سیاست‌گذاران پولی و مالی را در زمینه طراحی و اجرای اهداف سیاستی، به‌نحوی که تبعات و الزامات اِعمال سیاست را با توجه به مولفه‌های موثر در قیمت‌گذاری دارایی‌ها به‌طور کاراتر تنظیم و مدیریت نمایند، یاری رساند.

در ایران، کشاورز حداد و اصفهانی (۲۰۱۳) سعی نموده‌اند وجود دو معمای مازاد صرف سهام و نرخ بدون ریسک را در رابطه با اقتصاد ایران مورد آزمون تجربی قرار دهند. پژوهش آنان نسبت به این پژوهش که به آزمون ناپارامتریک وجود معماها در ایران می‌پردازد ملاحظاتی وجود دارد که امکان استفاده از آن را در پژوهش حاضر فراهم نمی‌کند، ازجمله این‌که ملاحظات روش‌شناختی با توجه به مهرا و پرسکات (۱۹۸۵) و ویل (۱۹۸۹) باید مد نظر قرار گیرند. بنابراین، بررسی وجود معماهای مذکور در ایران و نقش ابهام در پاسخ به آن‌ها به عنوان پیشنهاد به پژوهش‌های آتی واگذار شده است.

اظهاریه قدردانی

نویسندگان از داوران محترم و ناشناس، و ویراستار محترم (مازیار چابک) نشریه *برنامه‌ریزی و بودجه* بابت نظرهای ارزشمندشان کمال تشکر و قدردانی را دارند.

منابع

Abel, A. B. (1999). Risk Premia and Term Premia in General Equilibrium. *Journal of Monetary Economics*, *43*(1), 3-33. https://doi.org/10.1016/S0304-3932(98)00039-7

Alizadeh, M., Jalali-Naini, S. A., & Einian, M. (2023). Estimating Real Money Balance Effect on Private Consumption and Aggregate Demand. *Planning and Budgeting*, *27*(4), 23-60. https://doi.org/10.52547/jpbud.27.4.23

Anderson, E., Hansen, L. P., & Sargent, T. (2000). Robustness, Detection and the Price of Risk. *Manuscript, Stanford*, *19*.

Bansal, R., & Yaron, A. (2004). Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles. *The Journal of Finance*, *59*(4), 1481-1509. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2004.00670.x

Barro, R. J. (2009). Rare Disasters, Asset Prices, and Welfare Costs. *American Economic Review*, *99*(1), 243-264. https://doi.org/10.1257/aer.99.1.243

Basak, S., & Cuoco, D. (1998). An Equilibrium Model with Restricted Stock Market Participation. *The Review of Financial Studies*, *11*(2), 309-341. https://doi.org/10.1093/rfs/11.2.309

Breeden, D. T., Gibbons, M. R., & Litzenberger, R. H. (1989). Empirical Tests of the Consumption- Oriented CAPM. *The Journal of Finance*, *44*(2), 231-262. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1989.tb05056.x

Brunnermeier, M. K., & Sannikov, Y. (2014). A Macroeconomic Model with a Financial Sector. *American Economic Review*, *104*(2), 379-421. https://doi.org/10.1257/aer.104.2.379
Campbell, J. Y. (1986). Bond and Stock Returns in a Simple Exchange Model. *The Quarterly Journal of Economics*, *101*(4), 785-803. https://doi.org/10.2307/1884178
Campbell, J. Y. (2003). Consumption-Based Asset Pricing. *Handbook of the Economics of Finance*, *1*(Part B), 803-887. https://doi.org/10.1016/S1574-0102(03)01022-7
Campbell, J. Y. (2017). *Financial Decisions and Markets: A Course in Asset Pricing*. Princeton University Press.
Chetty, R. (2006). A New Method of Estimating Risk Aversion. *American Economic Review*, *96*(5), 1821-1834. https://doi.org/10.1257/aer.96.5.1821
Constantinides, G. M., & Duffie, D. (1996). Asset Pricing with Heterogeneous Consumers. *Journal of Political Economy*, *104*(2), 219-240. https://doi.org/10.1086/262023
Daniel, K., & Marshall, D. (1997). Equity-Premium and Risk-Free-Rate Puzzles at Long Horizons. *Macroeconomic Dynamics*, *1*(2), 452-484. https://doi.org/10.1017/S1365100597003076
Dunn, K. B., & Singleton, K. J. (1986). Modeling the Term Structure of Interest Rates under Non-Separable Utility and Durability of Goods. *Journal of Financial Economics*, *17*(1), 27-55. https://doi.org/10.1016/0304-405X(86)90005-X
Eichenbaum, M., & Hansen, L. P. (1990). Estimating Models with Intertemporal Substitution Using Aggregate Time Series Data. *Journal of Business & Economic Statistics*, *8*(1), 53-69. https://doi.org/10.1080/07350015.1990.10509777
Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1989), Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework, *Econometrica*, 57(1), 937–969. https://doi.org/10.2307/1913778
Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1991). Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis. *Journal of Political Economy*, *99*(2), 263-286. https://doi.org/10.1086/261750
Erbas, S. N., & Sayers, C. L. (2006). Institutional Quality, Knightian Uncertainty, and Insurability: A Cross-Country Analysis. *IMF Working Paper, WP/06/179*. https://doi.org/10.5089/9781451864397.001
Feghhi Kashani, M., Mohammadi, T., & Pirdaye, H. (2023). Investigating the Soft and Hard Information Voluntary Disclosure Strategies as to Good and Bad News: A Case Study of Digital Corporates in Tehran Stock Exchange Market. *Iranian Journal of Economic Research*. https://doi.org/10.22054/ijer.2023.73276.1180
Gilboa, I., & Schmeidler, D. (1989). Maxmin Expected Utility with Non-Unique Prior. *Journal of Mathematical Economics*, *18*(2), 141-153. https://doi.org/10.1016/0304-4068(89)90018-9
Keshavarz Haddad, G., & Esfahani, M. (2013). Equity Premium Puzzle in Tehran Stock Exchange: Stochastic Dominance Approach. *Iranian Journal of Economic Research*, *18*(56), 1-40. [In Farsi]
Kiyotaki, N., & Moore, J. (1997). Credit Cycles. *Journal of Political Economy*, *105*(2), 211-248. https://doi.org/10.1086/262072
Kroencke, T. A. (2017). Asset Pricing without Garbage. *The Journal of Finance*, *72*(1), 47-98. https://doi.org/10.1111/jofi.12438
Maenhout, P. J. (2004). Robust Portfolio Rules and Asset Pricing. *Review of Financial Studies*, *17*(4), 951-983. https://doi.org/10.1093/rfs/hhh003
McGrattan, E. R., & Prescott, E. C. (2003). Average Debt and Equity Returns: Puzzling? *American Economic Review*, *93*(2), 392-397. https://doi.org/10.1257/000282803321947407
McGrattan, E. R., & Prescott, E. C. (2005). Taxes, Regulations, and the Value of US and UK Corporations. *The Review of Economic Studies*, *72*(3), 767-796. https://doi.org/10.1111/j.1467-937X.2005.00351.x
Mehra, R., & Prescott, E. C. (1985). The Equity Premium: A Puzzle. *Journal of Monetary Economics*, *15*(2), 145-161. https://doi.org/10.1016/0304-3932(85)90061-3
Parker, J. A., & Julliard, C. (2005). Consumption Risk and the Cross Section of Expected Returns. *Journal of Political Economy*, *113*(1), 185-222. https://doi.org/10.1086/426042
Pindyck, R. S., & Wang, N. (2013). The Economic and Policy Consequences of Catastrophes. *American Economic Journal: Economic Policy*, *5*(4), 306-339. https://doi.org/10.1257/pol.5.4.306
Riddick, L. A., & Whited, T. M. (2009). The Corporate Propensity to Save. *The Journal of Finance*, *64*(4), 1729-1766. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2009.01478.x
Rietz, T. A. (1988). The Equity Risk Premium a Solution. *Journal of Monetary Economics*, *22*(1), 117-131. https://doi.org/10.1016/0304-3932(88)90172-9

Ruan, X., & Zhang, J. E. (2021). Ambiguity on Uncertainty and the Equity Premium. *Finance Research Letters*, *38*(1), 101429. https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101429
Savov, A. (2011). Asset Pricing with Garbage. *The Journal of Finance*, *66*(1), 177-201. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2010.01629.x
Soltani, A., Ehteshamrasi, R., & abedi, S. (2023). Multi-Objective Modeling of Financial Provision and Expenses in Sustainable Supply Chains and the Study Effects of Financial Ratios. *Planning and Budgeting*, *27*(4), 61-90. https://doi.org/10.52547/jpbud.27.4.61
Wachter, J. A. (2013). Can Time- Varying Risk of Rare Disasters Explain Aggregate Stock Market Volatility? *The Journal of Finance*, *68*(3), 987-1035. https://doi.org/10.1111/jofi.12018
Wang, Y., & Mu, C. (2019). Can Ambiguity about Rare Disasters Explain Equity Premium Puzzle? *Economics Letters*, *183*(1), 108555. https://doi.org/10.1016/j.econlet.2019.108555
Weil, P. (1989). The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle. *Journal of Monetary Economics*, *24*(3), 401-421. https://doi.org/10.1016/0304-3932(89)90028-7
Weitzman, M. L. (2007). Subjective Expectations and Asset-Return Puzzles. *American Economic Review*, *97*(4), 1102-1130. https://doi.org/10.1257/aer.97.4.1102
Welch, I. (2000). Views of Financial Economists on the Equity Premium and on Professional Controversies. *The Journal of Business*, *73*(4), 501-537. https://doi.org/10.1086/209653
Yogo, M. (2006). A Consumption- Based Explanation of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, *61*(2), 539-580. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2006.00848.x
Zhang, X. (2022). Belief-Driven Growth Slowdowns and Zero-Bounded Risk-Free Rate. *The North American Journal of Economics and Finance*, *59*(1), 101600. https://doi.org/10.1016/j.najef.2021.101600

نحوه ارجاع به مقاله:

فقهی کاشانی، محمد، و ضیایی، زهرا (۱۴۰۳). دلالت‌های سمت عرضه ابهام‌گریزی برای معماهای صرف ریسک و نرخ بدون ریسک. *برنامه‌ریزی و بودجه*، ۲۸(۴)، ۰-۰.

Feghhi Kashani, M., & Ziyaee, Z. (2024). Supply Side Implications of Ambiguity Aversion for Risk Premium and Risk-Free Rate Puzzles. *Planning and Budgeting*, 28(4), 0-0.
DOI:

Copyrights:
Copyright for this article is retained by the author(s), with publication rights granted to Planning and Budgeting. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://Creativecommons.org/licenses/by/4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.