The Implications of Financial Market Frictions and Tax Code Convexity for Dynamic Risk Budgeting

Mohammad Feghhi Kashani[1] | feghhi@atu.ac.ir

Received: 15/Aug/2025 | Accepted: 30/Dec/2025

Abstract Risk management is central to the operations of economic enterprises—particularly financial institutions—and is critical for long-term viability and for maintaining dynamic consistency with constraints imposed by available economic capital. These considerations have intensified scholarly and managerial interest in risk budgeting frameworks. This study focuses on dynamic risk budgeting within a parsimonious analytical setting that explicitly incorporates key real-world characteristics and structural determinants. To this end, a time-consistent continuous-time dynamic stochastic partial equilibrium model of agents' decision-making is developed to examine how financial market frictions and tax code convexity affect dynamic risk budget adjustments and optimal hedging strategies. The analysis demonstrates that, under certain conditions, market frictions and distortionary policy interventions generate distributional effects on hedged returns, thereby influencing dynamic risk budgeting outcomes. The interaction between market frictions and tax convexity is further explored, along with its implications for policy design and financial regulation. Quantitative simulations are used to assess the role of transaction costs in each setting, highlighting their impact on risk budgeting dynamics.

Keywords: Risk Budgeting, Financial Market Frictions, Tax Code Convexity, Conditional Value at Risk, Hedging Costs, Transaction Costs

JEL Classification: G1, G11, G32, C61, C63, H21.

1. Assistant Professor, Department of Economics, Allameh Tabatabaee University, Tehran, Iran (Corresponding Author)

The Journal of ECONOMICS & PLANNING Research
Vol. 30 | No. 3 | Autumn 2025 | PP 3-35
doi 10.52547/jpbud.30.3.3 | ISSN: 2251-9092

دلالت‌های اصطکاکات بازارمالی و تحدب کد مالیاتی برای بودجه‌بندی ریسک پویا

محمد فقهی کاشانی | feghhi@atu.ac.ir

استادیار دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران.

مقاله پژوهشی

دریافت: ۱۴۰۴/۰۵/۲۴ | پذیرش: ۱۴۰۴/۱۰/۰۹

چکیده: مدیریت ریسک معطوف به فعالیت بنگاه‌های اقتصادی بویژه موسسات مالی و نقش حیاتی آن برای بقای بلندمدت و انطباق پویا با الزامات و محدودیت منابع سرمایه اقتصادی در دسترس آنها، نگرانی‌های جدی را درمورد بودجه‌بندی ریسک در بین محققین و مدیران برانگیخته است. بر این اساس، رویکرد بودجه‌بندی ریسک پویا در یک فضای تحلیلی موجز اما ضرورتاً در برگیرنده عناصر مشخصه و تعیین‌کننده مرتبط دنیای واقعی، نقطه کانونی این مطالعه را تشکیل می‌دهند. از اینرو در چارچوب یک مدل تعادل جزیی پویای تصادفی زمان پیوسته سازگار به لحاظ زمانی از تصمیم‌سازی احاد اقتصادی به بررسی پیامدهای عمدتا وجود اصطکاکات بازارمالی و تحدب کد مالیاتی برای تعدیلات بودجه ریسکی پویا و استراتژی پوشش ریسک بهینه پرداخته شده است. نشان داده می‌شود که چگونه نواقص بازاری و این دست از مداخلات اختلال زای سیاستگذار، تحت شرایط معین می‌توانند اثرات توزیعی برای بازده‌های پوشش داده شده و از آنجا بودجه‌بندی ریسک پویا داشته باشند. چگونگی تعاملات متقابل اصطکاکات بازاری و تحدب مالیاتی در زمینه پویایی‌های بودجه‌بندی ریسک و دلالت‌های سیاستی و مقرراتی آنها نیز مورد تحلیل قرار می‌گیرد. همچنین دلالت‌های هزینه‌های معاملاتی متضمن هر مورد، در شبیه‌سازی کمی صورت گرفته پیگیری شده است.

کلیدواژه‌ها: بودجه‌بندی ریسک، اصطکاکات بازار مالی، تحدب کد مالیاتی، ارزش در معرض خطر مشروط، هزینه پوشش ریسک، هزینه‌های معاملاتی.

طبقه‌بندی JEL: G1, G11, G32, C61, C63, H21.

پژوهشنامه اقتصاد و برنامه‌ریزی
شاپا (چاپی) ۲۲۵۱-۹۰۹۲ | سال سی‌ام | شماره ۳ | پاییز ۱۴۰۴ | ص‌ص ۳۵-۳
doi 10.52547/eprj.30.3.3

مقدمه

امروزه بواسطه گسترش دامنه و شدت ریسک‌های معطوف به فعالیت بنگاه‌ها، یکی از دغدغه‌های اساسی مدیران بنگاه‌ها بخصوص موسسات مالی، سیاست‌گذاران اقتصادی، و نهادهای مقررات‌گذار متمرکز بر طراحی، بکارگماری و نظارت بر روش‌های کنترل فعال ریسک در برگیرنده ااحسائ انواع ریسک، بویژه ریسک بازار می‌باشد. بودجه‌بندی ریسک و پوشش ریسک بهینه ازجمله این روش‌ها است. هرچند مفهوم ارزش در معرض خطر بعنوان یکی از اجزاء بنیانی این روش‌ها مورد مداقه و تحلیل متخصصین و پژوهشگران بطور قابل توجهی در چند دهه اخیر قرار گرفته است، اما دلالت‌های پویای انواع اصطکاکات موجود در بازارها و اختلالات سیاستی متضمن برای طراحی و کاربست موثر روش‌های مزبور و مفهوم ارزش در معرض خطر به مثابه جزء کلیدی آنها بویژه در یک چهارچوب تحلیلی مهارپذیر و درعین حال منسجم و سازگار بطور پویا به میزان قابل توجهی کمتر مورد توجه و اهتمام متخصصان و پژوهشگران این حوزه قرار گرفته است. مقاله حاضر سعی می‌نماید تا این شکاف را مورد توجه قرار داده و با استفاده از ابزارهای تحلیلی استاندارد نوین در یک فضای تحلیلی بسیار موجز تقلیل دهد.

بطور کلی دلایل و انگیزه‌های متعددی برای بنگاه‌ها، بویژه بانک‌ها و موسسات مالی جهت طراحی و کاربست کارای این روش‌ها وجود دارند. در این زمینه از جمله می‌توان به کاهش هزینه تامین مالی خارجی، تقلیل موارد معطوف به پریشانی مالی و اعسار احتمالی و هزینه‌های مرتبط با آنها، مدیریت کارامدتر بدهی‌های مالیاتی بنگاه، و تقلیل نوسانات و ریسک‌های جریانات نقدی بنگاه در طول زمان اشاره نمود. در رابطه با موسسات مالی و بانک‌ها دلایلی نظیر تقلیل الزامات مقرراتی سرمایه‌ای، مدیریت سرمایه ریسکی از طریق تنظیم کارآمدتر پرتفوی سرمایه‌گذاری آنها و بدین‌طریق نیاز کمتر به تامین مالی خارجی بیشتر، تاکید بیشتری براهمیت این امر را فراهم می‌سازد. به همین ترتیب سیاست‌گذاران و مقرارت‌گذاران نیز با انگیزه تخفیف ریسک جهازی[1] و فراهم‌سازی بسترهای کارآمدتر جهت تقلیل هزینه‌های معاملاتی و دامن زدن به رشد اقتصادی، دغدغه‌مند در خصوص پیگیری تبعات سیاست‌های مرتبط اتخاذی آنها با بهره‌گیری از این روش‌ها خواهند بود.

با توجه به این ملاحظات، لحاظ‌سازی جنبه‌های عینی و تجربی ناکاملی‌های موجود در طراحی و بکارگماری روش‌های مدیریت ریسک بهینه و پیگیری دلالت‌های آنها در این زمینه، از اهمیت

۱. بطورکلی در ادبیات مالی، ریسک فروپاشی کل سیستم مالی بدنبال عموما فروپاشی یک بنگاه مالی مهم که می‌تواند بطور بالقوه موجب یک کاهش در فعالیت‌های اقتصادی واقعی گردد، ریسک جهازی نامیده می‌شود.

مضاعفی برخوردار می‌باشند. با این رویکرد، مطالعه حاضر به بررسی دلالت‌های اصطکاکات (ساختاری) موجود در بازارمالی در شرایط وجود اختلالات سیاستی از نوع تحدب کد مالیاتی و افتراق در مالیات بر بازده باندهای بدون ریسک برای بودجه‌بندی پویای ریسک کارا با محدودیت معیار ریسکی به لحاظ زمانی سازگار، خواهد پرداخت. این مهم را ابتدا بطور نظری بسط خواهیم داد و سپس بطور مقداری با استفاده ازتکنیک شبیه‌سازی نتایج کسب شده ارائه خواهند شد. نشان داده خواهد شد که چگونه ویژگی‌های لحاظ شده، پویایی‌های متضمن در بودجه‌بندی ریسک را از طریق دو کانال تعدیل در پرتفوی بهینه استاندارد و تعدیل در معیار ارزش در معرض خطر مشروط متاثر خواهند ساخت. بطور مشخص نشان داده می‌شود که هزینه‌های پوشش ریسک بیشتر بواسطه اصطکاکات بالاتردر بازارهای مالی و تحدب کد مالیاتی بیشتر مستلزم بودجه ریسکی بالاتر خواهد بود.در مقابل، مالیات‌های بالاتر بر بازده باندهای بدون ریسک نتیجه معکوس در این زمینه را بدنبال خواهد داشت.

در ادامه، بخش دوم مقاله به یک مرور مختصری بر ادبیات موجود مرتبط اختصاص خواهد یافت. در بخش سوم مقاله به ارائه مدل نظری و نتایج حاصل از آن خواهیم پرداخت. بخش چهارم مقاله مختص به بررسی کمی نتایج مدل در چارچوب تکنیک شبیه‌سازی و پیگیری پویایی‌های متضمن ان خواهد بود. بخش انتهای مقاله به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری و ارائه برخی پیشنهادهای سیاستی خواهد پرداخت.

پیشینه پژوهش

بودجه‌بندی ریسک که بعضا استراتژی تنوع‌بخشی ریسک در سبد سرمایه‌گذاری نیز نامیده می‌شود، اشاره به تنظیم پرتفوی سرمایه‌گذار بر اساس میزان مساعدت ریسکی هر دارایی به کل ریسک از پیش تعیین شده پرتفوی او می‌نماید. بدین ترتیب پرتفوی بهینه نتیجه تخصیص بهینه ریسک هر دارایی در چارچوب محدودیت بودجه ریسکی تعیین شده توسط سرمایه‌گذارخواهد بود. بودجه‌بندی ریسک پویای بهینه متضمن ساخت‌بندی پرتفوی دارایی‌ها در طول زمان با توجه به تحولات مساعدت‌های ریسکی دارایی‌های متشکل پرتفوی طی زمان و تعدیلات پویا در تصمیمات اتخاذ شده تخصیصی سرمایه‌گذار بنحو بهینه می‌باشد. به لحاظ تکنیکی این فرایند را می‌توان بطور مختصر بصورت تخصیص بودجه ریسکی با توجه به معیارهای ریسک پویای به نحوی سازگار شده از نظر زمانی در چارچوب تعمیم بازگشتی مساعدت‌های اویلر کلاسیکی مستلزم بازطراحی دنباله‌ای

از مسائل بهینه‌سازی اکیدا محدب در نظر گرفت (پسنتی و دیگران[1] ۲۰۲۴). تنظیم پرتفوی با مساعدت ریسک برابر، یک شرح خاص از این روش محسوب می‌شود که از محبوبیت قابل توجهی نیزدرصنعت مدیریت دارایی برخوردار گردیده است. از نظرتاریخی ریشه این رویکرد را می‌توان ابتدا به روی[2] (۱۹۵۲)، موسین[3] (۱۹۶۸)، ساموئلسون[4] (۱۹۶۹)، مرتون[5] (۱۹۶۹، ۱۹۷۱)، و سپس به نوعی به لیوبویز و کوگلمان[6] (۱۹۹۱)، کمپل و دیگران[7] (۲۰۰۱)، استراسبرگر[8] (۲۰۰۶)، کیان[9] (۲۰۰۵ و ۲۰۱۱)، مایلارد و دیگران[10] (۲۰۱۰)، رونکالی[11] (۲۰۱۳ و ۲۰۱۶)، ریچارد و رونکالی[12] (۲۰۱۹) نسبت داد. بطور کلی ثبات تخصیص منتجه ورعایت اصل مدیریت تنوع، مزیت برجسته این رویکرد به حساب می‌آید که عموما پایدارتر از مکانیسم تنوع پرتفوی‌های بهینه میانگین-واریانس خواهد بود.

اصطکاکات بازارهای مالی شامل مواردی نظیر هزینه‌های معاملات، محدودیت نقدینگی تامین مالی، اصطکاک نقدینگی بازار، تهدید وقوع احتمالی هجوم بانکی، محدودیت‌های اهرم‌سازی و استقراض، محدودیت‌های فروش استقراضی، محدودیت‌های گردش مالی، عدم تقارن اطلاعات، ذخایر مقرراتی سرمایه، و محدودیت‌های حاشیه سود و غیره می‌گردند. بطور کلی این اصطکاک‌ها بر قیمت‌گذاری کارای دارایی‌ها، مشارکت در ریسک، هزینه پوشش ریسک و از این طروق فرایند بهینه‌سازی پرتفوی و تخصیص بهینه ریسک سرمایه‌گذاران می‌توانند تأثیر گذارند(دوو و دیگران[13] ۲۰۲۳،ای و دیگران[14] ۲۰۲۰). هرچند ادبیات موجود بطور کلی تاثیر این دست از عوامل را بطور مستقیم و غیرمستقیم بر ریسک و هزینه‌های پوشش آن مورد تاکید قرار داده‌اند اما توجه درخور به دلالت‌های ان برای تخصیص بهینه ریسک پویا بصراحت و مستقیم و در یک فضای تحلیلی یکپارچه و موجز نداشته‌اند. برای مثال پسنتی و دیگران (۲۰۲۴) هرچند جنبه‌های کلیدی و مهم بودجه‌بندی ریسک را از قبیل توجه

1. Pesenti, Jaimungal, Saporito, Targino
2. Roy
3. Mossin
4. Samuelson
5. Merton
6. Leibowitz and Kogelman
7. Campbell, Huisman, and Koedijk
8. Strassberger
9. Qian
10. Maillard, Roncalli, and Teıletche
11. Roncalli
12. Richard and Roncalli
13. Dou, Fang, Lo, and Uhlig
14. Ai, Li, Li, and Schlag

به معیارهای ریسک پویای سازگار به لحاظ زمانی و چگونگی شکل‌گیری پویایی‌های مساعدت‌های ریسکی را مطالعه می‌نمایند اما فضای تحلیلی آنها عاری از تصریح انواع اصطکاکات بازاری می‌باشد. ویا انگر[1] (۲۰۱۴) به بررسی نسبتا اجمالی ابعاد مختلف بودجه‌بندی ریسک برای بهینه‌سازی پرتفوی، بدون تمرکز بر اصطکاکات بازاری میپردازد. ستیگوز و دیگران[2] (۲۰۲۲) نیز به لحاظ نظری به تحلیل پرتفوی‌های متضمن بودجه‌بندی ریسک برای دامنه نسبتا گسترده‌ای از معیارهای ریسک، منتهی مراتب بدون تمرکز بر اصطکاکات بازاری اهتمام می‌ورزند. در مقابل ژانگ و دیگران (۲۰۱۶) بهینه‌سازی پویای پرتفوی را در شرایط وجود هزینه‌های نقدینگی و هزینه‌های مرتبط با اثرات حجم بالای معاملات بر قیمت دارایی‌های مالی اما بدون لحاظ‌سازی بودجه‌بندی ریسک مورد توجه قرار می‌دهند.

مسلما نادیده گرفتن اصطکاکات بازارهای مالی در تنظیم استراتژی‌های تخصیص بهینه ریسک پویا می‌تواند مانع از تحقق اهداف آن استراتژی‌ها در عمل و در دنیای واقعی گردد. بویژه وقتی هزینه‌های پوشش ریسک بواسطه این اصطکاکات قابل توجه بوده و نیاز به انجام معاملات با حجم بالا و توازن‌سازی مکرردر طی زمان باشد، مغقول ماندن این ویژگی‌ها در طراحی و بکارگماری استراتژی‌های بهینه تخصیص ریسک بطور پویا می‌تواند دامن زننده به مشکل سازگاری زمانی آنها بطور قابل توجهی گردد. درنتیجه، تخصیص‌های غیربهینه و پرهزینه می‌توانند شکل گرفته و تحقق یابند. استدلال پایه‌ای این مطالعه بر این ملاحظه استوار است که انواع اصطکاکات بازاری می‌توانند بطور پویا میزان مساعدت‌های به ریسک کل و مجموعه قابل دسترسی برای تنظیم پرتفوی و از این کانال‌ها هزینه بودجه‌بندی ریسک را متحول سازند. لذا طراحی و بکارگیری مدلی که بطور مفهومی این جنبه‌ها از اصطکاکات بازاری را در بر بگیرد امری ضروری برای بررسی مقرون بواقع دلالت‌های آنها برای بودجه‌بندی ریسک پویا خواهد بود. ادبیات موجود در این زمینه توجه در خور را از خود بروز نداده و مطالعه حاضر را بایستی تلاشی جهت برطرف‌سازی این کاستی تلقی و دسته‌بندی نمود.

با این رویکرد، مشاهده کلیدی و مبنایی مطالعه حاضر توجه به این خصوصیت عمومی است که انواع اصطکاکات بازاری اعم از آنهایی که سرانجام دامن زننده به بازده انتظاری مورد نیاز سرمایه‌گذاران و یا مالا تحلیل‌دهنده بازده انتظاری درخواستی سرمایه‌گذاران باشند، از کانال‌های مختلف، برایند تعاملات آنها نهایتا می‌توانند موجب تاثیرگذاری بر پویایی‌های فرایند تجمیع ثروت گردند. این امر به

1. Unger
2. Cetingoz, Fermanian and Guéant

نوبه خود پویایی‌های بودجه ریسکی را در یک فرایند مستلزم بهینه‌سازی تخصیص ریسک مابین اجزاء تشکیل‌دهنده پرتفوی بهینه متحول ساخته و نقشی بسزا می‌تواند در هزینه پوشش ریسک برحسب پرتفوی ایفا نماید.

از سوی دیگر نقش و تاثیر تحدب کد مالیاتی برای فرایند بودجه‌بندی ریسک پویا بطورکلی در ادبیات به شایستگی مورد توجه قرار نگرفته است. در اینجا منظور از تحدب کد مالیاتی تاکید بر خصوصیت محدب بودن تعهد مالیاتی انتظاری نسبت به بازده‌های قبل از مالیات می‌باشد. بطور مشخص‌تر ان اشاره می‌کند به این مفهوم که افزایش در واریانس بازده دارایی‌های ریسکی می‌تواند برغم حتی ثابت بودن بازده انتظاری دارایی ریسکی، موجب دامن زدن به تعهد مالیاتی انتظاری گردد. این ویژگی در حقیقت از آنرو متصور است که زیان‌های تصادفی تحقق یافته در اغلب سیستم‌های مالیاتی مشمول کاهش تمام یا بخشی از تعهدات مالیاتی سرمایه‌گذاران و بنگاه‌ها نخواهند شد. این در حالیست که سودها یا پاداش‌های تصادفی تحقق یافته بطور کامل مشمول مالیات خواهند بود. در این حوزه، اسمیت و استولز[1] (۱۹۸۵) با معرفی یک چارچوب تحلیلی کلاسیک به مالیات در کنار هزینه‌های عامل و پریشانی مالی بعنوان عوامل دخیل در پوشش ریسک توسط بنگاه‌ها توجه می‌کنند. گراهام و اسمیت[2] (۱۹۹۹) پیشگام در توجه به نقش توابع مالیاتی محدب دردامن زدن به انگیزه برای پوشش ریسک محسوب می‌شوند. آهن و دیگران[3] (۱۹۹۹) به بررسی تبعات تحدب مالیاتی و هزینه‌های پریشانی مالی و ورشکستگی برای تابع هدف پرداخته و نشان می‌دهند که در این شرایط استراتژی پوشش ریسک خطی غیربهینه خواهد بود. از اینرو آنها متمرکز بر ترکیب بهینه قراردادهای اتی و اختیار معامله جهت مدیریت ریسک بهینه می‌گردند. سارکار[4] (۲۰۰۸) به اهمیت تحدب مالیاتی در تحت تاثیر قرار دادن اهرم‌سازی بهینه و مرزهای نکول اشاره داشته است. در همین حوزه لای و دیگران[5] (۲۰۱۴) به نقش تحدب مالیاتی در زمینه انگیزه نکول و زمانبندی سرمایه‌گذاری در چارچوب یک مدل مبتنی بر مطالبات محتمل پرداخته اند. بکر و لوفلر (۲۰۲۴)[6] بر چگونگی تاثیرپذیری منطق اربیتراژ از تعهدات مالیاتی غیر خطی تاکید نموده‌اند. بطور مشخص‌تر آنها به تاثیر تحدب مالیاتی بر محدودسازی اربیتراژو در نتیجه اثرگذاری بر فرایند قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی می‌پردازند. البته

1. Smith and Stulz
2. Graham and Smith
3. Ahn, Boudoukh, Richardson, and Whitelaw
4. Sarkar
5. Lei, Yick, and Lam
6. Becker and Löffler

پیش از این لای و دیگران (۲۰۱۳) دلالت‌های تحدب مالیاتی را برای ریسک بازار بواسطه نقش غیر خطی بودن تعهدات مالیاتی در ایجاد توزیع غیرمتقارن بازده‌ها واز اینطریق کیفیت بده بستان بازده-ریسک، مورد بررسی قرار داده بودند. بدین ترتیب مشاهده می‌شود که در ادبیات مربوطه توجه لازم به دلالت‌های تحدب مالیاتی برای مدیریت ریسک و بودجه‌بندی ریسک پویا صورت نگرفته است.

یکی از دغدغه‌های مقاله حاضر در حقیقت پرداختن به تبعات مالیات‌های محدب برای بودجه‌بندی ریسک، دریک چارچوب تحلیلی منسجم و مهارپذیر از نظر استخراج نتایجی روشن و تا حد امکان غیر ابهام‌آمیز می‌باشد. دلایل متعددی در توجه به ارتباط ممکن و موثر تحدب مالیاتی و بودجه‌بندی ریسک از جنبه‌های مختلف می‌توانند مطرح گردند. نخست در راستای استدلال گراهام و اسمیت، انگیزه کافی برای سرمایه‌گذاران و بنگاه‌ها جهت کاهش واریانس جریانات نقدی و پاداش‌های آنها وجود دارد. بودجه‌بندی ریسک پویا می‌تواند آنها را در این زمینه از طریق ارائه چارچوبی عملی برای تخصیص کارای منابع ریسکی آنها در طول زمان کمک نماید. بعلاوه پویایی‌های متضمن در درآمدهای مشمول مالیات، تغییرات محتمل در نظام‌های مالیاتی، و تغییرات مستمر در معرض قرارگیری منابع مولد جریانات نقدی می‌توانند تحدب مالیاتی را تحت تاثیر قرار دهند. در چنین شرایطی، بودجه‌بندی ریسک پویا می‌تواند بنگاه‌ها و سرمایه‌گذاران را در تخصیص پیوسته ریسک در طول زمان بنحوی که آثار هزینه‌ساز احتمالی تحدب مالیاتی را به گونه‌ای کارامد تقلیل دهد، یاری رساند. همچنین تحدب مالیاتی بواسطه خصوصیت مسیر وابسته بودن ارزش نهایی کاهش در ریسک می‌تواند انگیزه کافی برای تنظیم بودجه ریسکی در طول زمان بنحوی سازگار به لحاظ زمانی را به نوبه خود فراهم سازد.

بعلاوه مالیات بر بازده باندهای بدون ریسک موجب دامن زدن به هزینه استفاده از باندهای بدون ریسک به منزله یکی از ابزارهای مالی فاقد ریسک در تنظیم پرتفوی بهینه می‌تواند تلقی گردد. هرچند ادبیات محدودی به دلالت‌های این دست از مالیات‌ها بر شکل‌گیری پرتفوی سرمایه‌گذاران اشاره داشته‌اند ولی تحلیل یکپارچه و متمرکز تعاملات آن با بودجه‌بندی ریسک پویای سازگار به لحاظ زمانی بطور صریح، برغم اهمیت کاربردی و شناختی آن در این حوزه، مورد توجه مکفی و در خور در کارهای تحقیقاتی علمی قرار نگرفته است. رایشنشتاین[1] (۲۰۰۱) و هوران[2] (۲۰۰۷) بر اهمیت توجه به بازده پس از مالیات دارایی‌ها برای تخصیص بهینه آنها تاکید می‌نمایند. استدلال بنیانی در این زمینه مبتنی بر نقش کلیدی بازده بدون ریسک پس از مالیات در ارزیابی سرمایه‌گذاران از هزینه

1. Reichenstein
2. Horan

فرصت سرمایه و خصوصا بازده هر واحد ریسک اتخاذی در چارچوب نسبت شارپی و بطور اخص صرف ریسک معطوف به دارایی‌های ریسکی میباشد. و لیکن هیچیک به نقش مهم آن در فرایند بودجه‌بندی ریسک پویا که ماهیتا فرایندی جلونگر در دنیای واقعی محسوب می‌شود، نمی‌پردازند. در حقیقت عدم لحاظ‌سازی این دست از مالیات‌ها میتواند بودجه‌بندی ریسک بهینه را بطورکلی مختل ساخته و نتایجی غیربهینه برای تنظیم پرتفوی مبتنی بر تخصیص ریسک سرمایه‌گذار را در پی داشته باشد. بر این اساس، مطالعه حاضر سعی می‌نماید که در یک چارچوب تحلیلی موجز یکپارچه به تحلیل دلالت‌های مالیات بر دارایی بدون ریسک بر مساعدت نهایی ریسک کل دارایی‌های درون پرتفوی سرمایه‌گذار و سازوکار بودجه‌بندی ریسک پویای بهینه بپردازد.

چارچوب مدل

برای کسب نتایج تحلیلی ملموس و روشن و تا حد امکان غیرمشروط و تمرکز بر کانال‌های اصلی و عمده مولفه‌های مورد توجه این مطالعه بر بودجه ریسکی بنگاه، استراتژی بسط ایده اساسی در موجزترین فضای تحلیلی مبتنی بر تعادل جزیی دنبال گردیده است. لذا یک اقتصاد موهبتی تصادفی زمان پیوسته با افق زمانی محدود شده مابین صفر تا T را در نظر می‌گیریم. اقتصاد متشکل از سرمایه‌گذار نمونه‌ای است که در صدد حداکثرسازی تابع مطلوبیت انتظاری نمایی تصریح شده توسط رابطه (۱) خود از سطح داده شده ثروت اعطایی به او می‌باشد. در این اقتصاد یک دارایی بدون ریسک با بازده داده شده بصورت رابطه (۲) و n دارایی ریسکی که بازده آنها از یک فرایند ایتو هندسی بصورت مشخص شده توسط رابطه (۳) پیروی می‌کنند برای سرمایه‌گذار موجود می‌باشند.

$$\mathbb{E}[U(W_T)] = \mathbb{E}[-\gamma e^{-\gamma W_T}] \quad (۱)$$

$$dBO_t = r_t BO_t dt \quad (۲)$$

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \Sigma_t^{\frac{1}{2}} dB_t \quad (۳)$$

که در آنها داریم:

γ : ضریب ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار، W_T: ثروت سرمایه گذار، BO_t: تعداد باندهای بدون ریسک، S_t: بردار قیمت هر دارایی ریسکی، r_t: بازده بر روی باند بدون ریسک، μ_t: بردار بازده انتظاری دارایی‌های ریسکی، Σ_t: ماتریس واریانس-کوواریانس بازده دارایی‌های ریسکی، dB_t: بردارنموهای فرایند وینر[1] که هر یک در زمان متناظر با اندیس آنها می‌باشند.

1. Wiener Process Increments Vector

اینک با تثبیت فضای احتمال فیلتر شده (Q,H,E,P) که در آن $E = \{H_t\}$ عبارتست از فیلتریشن طبیعی، پویایی‌های ثروت سرمایه‌گذار در شرایط وجود اصطکاکات بازاری، تحدب کد مالیاتی، و مالیات بر دارایی بدون ریسک بطور همزمان، توسط رابطه (۴) در طول زمان خواهد بود:

$$dw_t = \Omega_t^T \delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1]dt + (1-c^+)\Omega_t^T \sum_t dB_t + \delta(1-h)r_t w_t dt \quad (۴)$$

که در آن داریم:

$\Omega \varepsilon R^n$: بردار دارایی‌های ریسکی پرتفوی، μ_t: بردار بازده‌های انتظاری دارایی‌های ریسکی، $\sum_t$: ماتریس n*n واریانس-کواریانس دارایی‌ها، B_t: حرکت براونی n بعدی که هر یک در زمان متناظر با اندیس آنها می‌باشند.

همچنین δ پارامتریا شاخص مثبت مربوط به تاثیرات اصطکاکات بازار بر مازاد بازده انتظاری سرمایه‌گذاران می‌باشد. وقتی اصطکاکات بازاری افزایش یابند δ مقادیر کوچکتر از یک را اختیار نموده و هرچه به صفر نزدیکتر باشد نشان‌دهنده شدت بیشتر آن اثرات در این زمینه خواهد بود. هنگامی که δ معادل یک است بازار فاقد اصطکاکات اثربخش در این خصوص خواهد بود. بدین‌ترتیب آن می‌تواند ارزشی بین صفر و یک را بسته به درجه اصطکاک بازار داشته باشد.

c نشان‌دهنده نرخ مالیاتی محدبی است که بر بازده انتظاری دارایی ریسکی و نیز بازده‌های تصادفی مثبت تحقق یافته سرمایه‌گذار نوعی وضع می‌گردد. بایستی دقت شود که تحدب مالیاتی مستلزم انست که این نرخ تنها در صورت وقوع تکانه‌های مثبت، قابل اعمال بر سرمایه‌گذار خواهد بود. آن می‌تواند ارزشی ما بین صفر و یک را اختیار نماید. هرچه به یک نزدیکتر باشد حاکی از نرخ بالاتراین نوع مالیات بر سرمایه‌گذار نوعی خواهد بود.

به همین ترتیب h نمایانگر نرخ مالیات وضع شده بر بازده دارایی بدون ریسک می‌باشد که بمانند تحدب کد مالیاتی مقادیری مابین صفر و یک را می‌تواند بخود اختصاص دهد.

هدف سرمایه‌گذار حداکثرسازی مطلوبیت انتظاری ثروت خود در انتهای دوره است با توجه به محدودیت شاخصی از ریسک در همه دوره‌ها بطوریکه برنامه‌ریزی او برای تخصیص ثروتش مابین دارایی‌های موجود برای سرمایه‌گذاری، از نظر زمانی سازگار در برداشت "اصل بهینگی بلمن" باشد. این امر مستلزم آنست که او بطور پویا بهینه‌یابی خود را بنحوی صورت دهد که مانع از بروز ناسازگاری در ان در طول افق برنامه‌ریزی او گردد. به تعبیر دیگر تخصیص‌های اتخاذی بهینه او در هر دوره زمانی t همچنان بهینه باقی بمانند چنانچه او مجددا بهینه‌یابی خود را در هر زمان s>t صورت دهد. در فضای تحلیلی زمان پیوسته، آن نیازمند این استکه شاخص ریسک پویا توسط یک معادله دیفرانسیل

تصادفی بازگشتی بصورت رابطه (۵) تعریف شود:

$$\rho_t(-W_T) = -W_T + \int_t^T g(s, z_s)\, ds + \int_t^T Z_s dB_s \qquad (۵)$$

که در آن g(.) یک تابع ایجادکننده معیار ریسک است که وابسته به وضعیت جاری بازار می‌باشد و Zs نشان‌دهنده یک فرایند دوگانه می‌باشد که حساسیت ارزیابی از ریسک را نسبت به منبع ریسک، که در اینجا همان بردار براونینی B است، عرضه نموده و متضمن استراتژی حداقل‌کننده ریسک یا همان پوشش ریسک بهینه خواهد بود. در این مطالعه از یک معیار ریسک درون طبقه معیارهای ریسکی تعمیم داده شده استون[1] سازگار به لحاظ زمانی استفاده خواهیم کرد. بطور مشخص از معیار ریسک ارزش در خطر مشروط (CVaR) سازگاربه لحاظ زمانی بصورت رابطه (۶) بهره خواهیم جست:

$$CVaR_\alpha(-W_T) = inf_{Z\varepsilon R}\left\{Z + \left[\frac{1}{1-\alpha}\mathbb{E}\,(-W_T + Z)^+\right]\right\} \qquad (۶)$$

این معیار متضمن آنست که ارزیابی ریسک بطور پویا و پیوسته در هر لحظه از زمان با بهره‌جویی کامل از اطلاعات جدید صورت خواهد پذیرفت. در نتیجه ارزیابی ریسکی صورت گرفته در امروز همچنان در آینده نیز معتبر خواهد بود. پذیرش این معیار از ریسک تلویحا دلالت بر آن دارد که سرمایه ریسکی لازم، آن مقدار سرمایه‌ای می‌باشد که برای پوشش زیان‌های بلقوه بنگاه با احتمال ۱-α در زمان T علاوه بر پوشش زیان‌های بالقوه قرار گرفتن در پایین ارزش در معرض خطر در زمان T با احتمال α،کافی باشد.

بدین‌ترتیب مسئله سرمایه‌گذار نوعی را می‌توان بصورت حداکثرسازی مطلوبیت انتظاری از ثروت او در انتهای دوره برنامه‌ریزی با قید ارزش در معرض خطر مشروط سازگار از نظر زمانی در نظر گرفت. با این رویکرد، بودجه ریسکی بهینه سازگار به لحاظ زمانی را در شرایط وجود همزمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و مالیات بر باند بدون ریسک بدست خواهیم آورد. در ادامه، برخی از تبعات مترتب بر بودجه ریسکی این مولفه‌ها در چارچوب فضای تحلیلی در نظر گرفته شده، عنوان می‌گردند.

لم[2]*- اصطکاکات بازاری، تحدب کد مالیاتی، و مالیات بر دارایی بدون ریسک مستقیما از طریق مساعدت نهایی هر یک از دارایی‌های ریسکی درون پرتفوی سرمایه‌گذاران به CVaR پرتفوی بهینه تعیین شده توسط رابطه (۱)، بودجه ریسک به لحاظ زمانی سازگار در زمان t با احتمال α و پیشرفت مشخص در زمان T را تحت تاثیر قرار می‌دهد.*

1. Stone's Generalized Risk Measures
2. Lemma

$$\nabla_{\Omega_t}\vartheta(\Omega_t, w) = \frac{\partial}{\partial\Omega_t} CVaR_\alpha(-w_T) \qquad (۷)$$
$$\propto \left\{-\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1]T + \frac{\varphi(F^{-1}(\alpha))}{(1-\alpha)}(1-c^+)(\sum_t \sum_t^T)^{\frac{1}{2}}\sqrt{T}\right\}$$

که در آن ϕ و F به ترتیب عبارتند از توابع چگالی احتمال و توزیع تراکمی احتمال استاندارد نرمال[۱].

گزاره[۲] ۱- با ثابت بودن سایر شرایط، افزایش در اصطکاکات بازار مالی، هزینه پوشش ریسک را افزایش خواهد داد.

این گزاره موید معرفی بعد جدیدی در ادبیات در زمینه نقش هزینه‌ساز اصطکاکات بازاری در اینجا از کانال بودجه ریسکی سرمایه‌گذاران و بدان سبب بنگاه‌ها و از این طریق ایجاد محدودیت بیشتر برای رشد و رفاه اقتصادی می‌تواند تلقی گردد. مغفول واقع شدن ان در تحلیل آثار و تبعات مترتب بر اصطکاکات بازاری برای تخصیص مطلوب‌تر منابع و خصوصاً تنظیم سیاست‌ها و مقررات کاراتر از سوی مسئولین ذیربط ممکن است عواقب نامساعد و بعضا متناقض با اهداف اولیه سیاستگذار را در پی داشته باشد.

نتیجه تبعی[۳] ۱- *در شرایط برابر، بودجه ریسکی با نرخی فزاینده در اصطکاکات بازاری رشد خواهد نمود. اما این رشد با سرعتی کاهنده صورت خواهد پذیرفت.*

این بدین معناست که هر واحد افزایش در اصطکاکات بازاری هزینه بودجه ریسکی را در نرخی فزاینده افزایش خواهد داد. بعبارت دیگر بودجه ریسکی نسبت به اصطکاکات بازار مالی محدب می‌باشد. که آن متضمن این است که هزینه نهایی هر واحد افزایش در اصطکاک بازار بر حسب بودجه ریسکی بطور فزاینده رشد می‌نماید. هرچند که این تحول بصورت هموار و ملایم صورت خواهد پذیرفت. به لحاظ اقتصادی یعنی افزایش در هزینه نهایی اصطکاکات در رابطه با بودجه ریسکی بطور آهسته شکل می‌گیرد.

گزاره ۲- افزایش در تحدب کد مالیاتی، با ثابت بودن سایر شرایط، بر هزینه پوشش ریسک دامن میزند.

این ویژگی از تحدب کد مالیاتی از اهمیت ویژه خصوصا برای سیاست‌گذاران و مقررات‌گذاران در

---

۱. برای اثبات کلیه لم‌ها و گزاره‌ها و نتایج تبعی به بخش ضمیمه مقاله مراجعه کنید.

2. Proposition
3. Corollary

تنظیم هماهنگ و کارای برنامه‌های سیاستی متضمن حداقل اختلال برای تصمیم‌سازی سرمایه‌گذاران برخوردار می‌باشد. زیرا عدم توجه بدان می‌تواند به منزله تحمیل هزینه مضاعفی بر سرمایه‌گذاران و بالمال بنگاه‌ها گردیده و با مخدوش‌سازی بیشتر تخصیص منابع موجب تضییقات فزاینده بر فرایند رشد و رفاه اقتصادی گردد. بویژه این امر می‌تواند در دوره‌هایی که بنگاه‌ها مواجه با هزینه‌های تامین مالی بالا و کمبود سرمایه هستند اختلال‌زاتر محسوب گردند.

نتیجه تبعی ۲- *در شرایط برابر، بودجه ریسکی با نرخی فزاینده در تحدب کد مالیاتی رشد خواهد نمود. اما این رشد با شتابی فزاینده صورت خواهد پذیرفت.*

این نتیجه مبین آنست که هر واحد افزایش در تحدب کد مالیاتی، هزینه بودجه ریسکی را در نرخی فزاینده افزایش خواهد داد. بعبارت دیگر بودجه ریسکی نسبت به این نوع از مالیات‌ها محدب می‌باشد. که ان مستلزم این است که هزینه نهایی هر واحد افزایش در این دست از مالیات‌ها بر حسب بودجه ریسکی بطور فزاینده رشد خواهد یافت. بعلاوه این تحول بصورت شتابان و فزاینده بروز می‌نماید. به لحاظ اقتصادی یعنی افزایش در هزینه نهایی مالیات‌های محدب در رابطه با بودجه ریسکی بطور تند و سریع تحقق می‌یابد.

گزاره ۳- افزایش در مالیات بر باندهای بدون ریسک، با ثابت بودن سایر شرایط، می‌تواند هزینه پوشش ریسک را کاهش دهد.

این گزاره در حقیقت نکته جدیدی را در رابطه با تحلیل جامع‌تر هزینه‌ها و منافع ناشی از وضع این دست از مالیات‌ها و یا تغیر در نرخ اعمالی آنها را برای سیاست‌گذاران و محققین مطرح می‌سازد. بطور مشخص‌تر، آن گزاره مبین اینست که هرچند اعمال و یا افزایش مالیات بر دارایی بدون ریسک می‌تواند از طریق کاهش در بازده پس از مالیات، سرمایه‌گذاری بر روی آنها در فرایند تصمیم‌سازی سرمایه‌گذاران در این حوزه اختلال ایجاد نماید، اما تبعات ان برای بودجه ریسکی بخصوص در شرایط حضور سایر ناکاملی‌ها در بازار و سیاست‌ها و مقررات، می‌تواند در شرایط برابر تقلیل‌دهنده آثار نامساعد ان باشد. لذا تحلیل مقرون بواقع آثار و تبعات متعاقب اعمال این دست از سیاست‌ها بی‌شک مستلزم توجه و لحاظ‌سازی آنها برای احاد ذینفع در این حوزه خواهد بود.

نتیجه تبعی ۳- *در شرایط برابر، بودجه ریسکی با نرخی کاهنده در مالیات بر باندهای بدون ریسک کاهش خواهد یافت. اما این کاهش بطور کاهنده صورت خواهد پذیرفت.*

این نتیجه موید انست که هر واحد افزایش در مالیات بر باندهای بدون ریسک، بودجه ریسکی را در نرخی فزاینده کاهش خواهد داد. بعبارت دیگر بوجه ریسکی نسبت به این نوع از مالیات‌ها محدب

می‌باشد. که آن بیانگر این است که هزینه نهایی هر واحد افزایش در این دست از مالیات‌ها بر حسب بودجه ریسکی بطور فزاینده کاهش خواهد یافت. بعلاوه این تحول بصورت کاهنده بروز می‌نماید. به لحاظ اقتصادی یعنی کاهش در هزینه نهایی مالیات‌های بر باندهای بدون ریسک در رابطه با بودجه ریسکی بطور اهسته و ملایم شکل می‌گیرد.

نتیجه تبعی ۴- *در شرایط برابر، حساسیت بودجه ریسکی نسبت به اصطکاکات بازاری، با افزایش در کد مالیاتی محدب کاهش و در مقابل با افزایش در نرخ مالیات بر دارایی بدون ریسک افزایش می‌یابد.*

این نتیجه نشان می‌دهد که چگونه تغییرات در میزان کاربست انواع ابزارهای مالیاتی می‌توانند هر یک در جهت تقلیل یا تشدید اثرات پویایی‌های اصطکاکات بازاری برای بودجه ریسکی بنگاه عمل نمایند. امری که هم برای نهاد سیاست‌گذار و مقررات‌گذار در کنار مدیریت ریسک و پرتفوی بنگاه از اهمیت بسزایی بنوبه خود برخوردار خواهند بود.

نتیجه تبعی ۵- *در شرایط برابر، حساسیت بودجه ریسکی نسبت به تحولات کد مالیاتی محدب، با افزایش در درجه اصطکاکات بازاری کاهش یافته و در مقابل وجود عدم قطعیت در اثرات تغییر در نرخ مالیات بر دارایی بدون ریسک، در این خصوص می‌باشد.*

این نتیجه مجددا تاکیدی بر توجه سیاست‌گذاران بر چگونگی وضعیت اصطکاکات بازاری در تبعات تغییر در کد مالیاتی محدب برای بودجه ریسکی بنگاه‌ها می‌نماید. همچنین در این ارتباط آن تاکیدی بر توجه به وضعیت نسبی بازده دارایی‌های ریسکی پس از مالیات نسبت به بازده دارایی بدون ریسک پس از مالیات برای پیگیری مشخص حساسیت بودجه ریسکی نسبت به تغییر در نرخ کد مالیاتی محدب با توجه به تغییر در نرخ مالیات بر دارایی بدون ریسک، فراهم می‌سازد.

نتیجه تبعی ۶- *در شرایط برابر، حساسیت بودجه ریسکی نسبت به تحولات مالیات بر دارایی بدون ریسک، با افزایش در درجه اصطکاکات بازاری افزایش یافته و در مقابل با افزایش در کد مالیاتی محدب کاهش می‌یابد.*

بدین ترتیب مشخص می‌شود که چگونه تعاملات مابین تحولات در مالیات بر دارایی بدون ریسک و وضعیت اصطکاکات بازاری و چگونگی نرخ کد مالیاتی محدب بر هزینه‌های بودجه ریسکی از منظر تصمیم‌سازان و ذینفعان بنگاه، سیاست‌گذار، و مقررات‌گذار بایستی مورد توجه قرار گیرند.

شبیه‌سازی مدل

در این بخش به تحلیل کمی مدل با استفاده از تکنیک شبیه‌سازی برای ملموس‌تر و روشن‌سازی بیشتر مکانیسم‌های دخیل در این زمینه پرداخته خواهد شد. بطور مشخص‌تر به لحاظ کمی نشان داده خواهد شد که چگونه ملاحظات مربوط به رعایت بودجه ریسکی، تخصیص بهینه ثروت سرمایه‌گذاران را بدون در نظر گرفتن ویژگی‌های مرتبط با اصطکاکات بازاری، تحدب کد مالیاتی، و مالیات بر دارایی بدون ریسک متاثر خواهد ساخت. سپس بطور خاص به پیگیری کمی تبعات آن ویژگی‌ها برای تخصیص‌های صورت گرفته اهتمام ورزیده خواهد شد. این مهم در دو سناریوی کلی متصور برای وضعیت واریانس و کوواریانس مابین دارایی‌ها، مورد توجه قرار خواهد گرفت. در سناریوی اول تمرکز بر شرایط متضمن پویایی‌های در وضعیت واریانس بازده دارایی‌ها در طول دوره برنامه‌ریزی خواهد بود. در حالیکه در سناریوی دوم استحکام نتایج حاصله در سناریوی اول را در شرایط لحاظ‌سازی آن پویایی‌ها برای ماتریس واریانس-کوواریانس بازده‌ها بطور مشروط مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

بدین منظور یک سرمایه‌گذار نوعی ریسک‌گریز با تابع مطلوبیت انتظاری نمایی در ثروتش و درجه ریسک‌گریزی معادل ۳ در نظر گرفته می‌شود. فرض بر آنست که او درصدد حداکثرسازی ثروت داده شده خود بطور سازگار به لحاظ زمانی در انتهای دوره، که در اینجا یک سال در نظر گرفته شده است، از طریق تخصیص ثروتش مابین چهار طبقه از دارایی‌های ریسکی و یک دارایی بدون ریسک در یک تواتر زمانی روزانه می‌باشد[1]. ساختار بازده‌های انتظاری و انحراف معیار و همبستگی هر یک از دارائی‌های ریسکی در ابتدا دوره بصورت عددی به ترتیب توسط بردار و ماتریس μ و Σ در زیر داده‌شده اند.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.3 & 0.5 & 0.45 \\ 0.3 & 0.09 & 0.1 & 0.15 \\ 0.5 & 0.1 & 0.11 & 0.12 \\ 0.45 & 0.15 & 0.12 & 0.12 \end{bmatrix} \quad \mu = [0.07\ 0.04\ 0.05\ 0.055]$$

همچنین سطح اطمینان معادل ۰,۹۵ درصد و حداکثر CVaR قابل قبول معادل ۰,۰۶ درصد از ثروت سرمایه‌گذار در نظر گرفته می‌شود. استراتژی سرمایه‌گذار در این زمینه مستلزم تنظیم روزانه پرتفوی بهینه خود با توجه به واریانس متغیر در زمان بازده‌های دارایی ریسکی در یک فرایند تصادفی

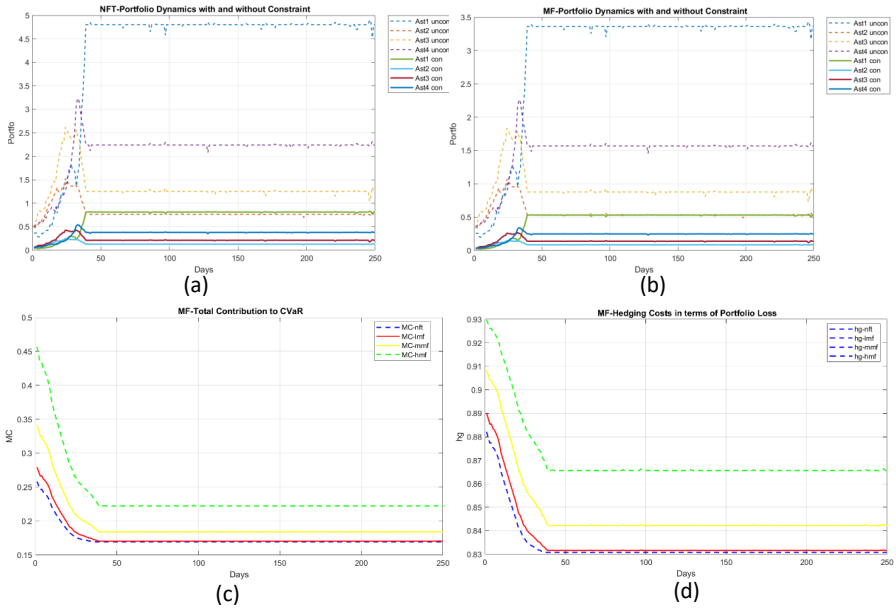
۱.-۶ لازم بذکر است که این شبیه سازی بسادگی قابل تعمیم به تعداد بیشتری از طبقات دارایی‌ها خواهد بود. تنها بخاطر ساده‌سازی جهت ارائه نتایج بطور ماموستر، شبیه سلزی برای این تعداد از دارایی‌ها انجام گرفته است.

از نوع GARCH و سطوح CVaR متناظر با آنها بنحوی که محدودیت ۰,۰۶ درصد احتمال زیان در ثروت بطور روزانه بصورت سازگار به لحاظ زمانی رعایت شود، خواهد بود. در چارچوب این استراتژی هرگاه که پرتفوی سرمایه‌گذار متضمن ریسک بیشتر از محدوده تعیین شده برای ارزش در معرض خطر مشروط قرار بگیرد، پرتفوی آنگونه خود را بطور بهینه تعدیل خواهد ساخت که همواره احتمال در معرض ریسک قرارگیری آن کمتر یا مساوی حد تعیین شده از پیش، واقع گردد. بدین‌ترتیب یک پوشش ریسک بهینه پویا برای سرمایه‌گذار فراهم خواهد شد. سپس در چنین فضای تحلیلی به بررسی تبعات ورود اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک برای نتایج مکتسبه بطور کمی خواهیم پرداخت.

برای نزدیک‌تر شدن به شرایط دنیای واقعی و بررسی استحکام نتایج کسب شده در سناریوی اول، در ادامه همان چارچوب تحلیلی در شرایط وجود کوواریانس شرطی متغیر در زمان[1] شبیه‌سازی خواهد شد. در هر دو سناریو سعی بر انست که با لحاظ‌سازی وابستگی به حالت بودجه‌بندی ریسک پویا، تمرکز تحلیل بر ارائه نتایج مربوط به دلالت‌های ملاحظات اصطکاکی و مالیاتی برای کل مساعدت نهایی به بودجه ریسکی و هزینه پوشش ریسک صورت پذیرد. هرچند که خصوصا در قالب سناریوی دوم چگونگی مساعدت نهایی پویای هریک از دارایی‌های ریسکی به بودجه ریسکی سرمایه‌گذار در شرایط وجود و عدم وجود ملاحظات اصطکاکی و انواع مالیات نیز ارائه خواهند شد. در انتها به بررسی دلالت‌های هریک از موارد اصطکاکی و مالیاتی مورد مطالعه برای هزینه‌های معاملاتی متضمن در چارچوب یکی از سناریوهای شبیه‌سازی خواهیم پرداخت. تمامی شبیه‌سازی‌های با استفاده از ابزارهای موجود در نرم‌افزار متلب[2] انجام گرفته اند. با این مقدمه اینک نتایج شبیه‌سازی صورت گرفته در ادامه ارائه خواهد شد.

پنل‌های a,b,c,d مربوط به نمودارهای ۱-۱ به ترتیب نشان‌دهنده پرتفوی بهینه با و بدون محدویت بودجه ریسکی در شرایط عدم حضور هر یک از مالیات‌ها و اصطکاکات بازاری، پرتفوی بهینه با و بدون محدویت بودجه ریسکی در شرایط وجود تنها اصطکاکات بازاری، کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور اصطکاکات بازاری می‌باشند.

1. Time Varying Conditional Covariance
2. Matlab Software

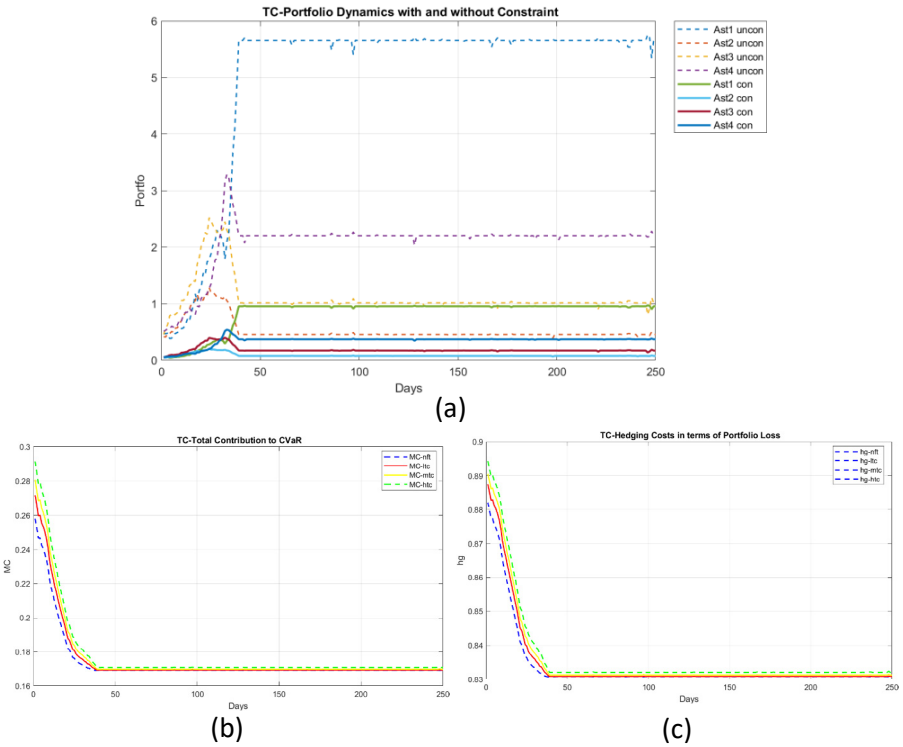


نمودارهای ۱-۱- دلالت‌های پویای اصطکاکات بازاری برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

ویژگی برجسته پنل a چگونگی تاثیر پذیری پرتفوی بهینه از لحاظ‌سازی محدودیت اجتناب از ریسک دنباله یا همان الزام به رعایت حداقل ارزش در معرض خطر مشروط که بطور برجسته‌ای کاهنده است، می‌باشد. پنل b اشکارا موید اثرات زیانبار اصطکاکات بازار بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. بعبارت دیگر با افزایش میزان اصطکاکات بازاری از سطوح پایین به متوسط و بالا، شاهد کاهش سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود اصطکاکات بازاری خواهیم بود. (پنل a را با پنل b مقایسه نمایید.) پنل‌های c و d هریک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود به درجات مختلف اصطکاکات بازاری در مدل می‌پردازد. در راستای مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل بوضوح حاکی ازبالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در ازای افزایش درجه اصطکاکات بازاری در مدل می‌باشند.

پنل‌های a,b,c مربوط به نمودارهای ۱-۲ به ترتیب پرتفوی بهینه با و بدون محدویت بودجه

ریسکی در شرایط وجود تنها کد مالیاتی محدب، کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور کد مالیاتی محدب می‌باشند.

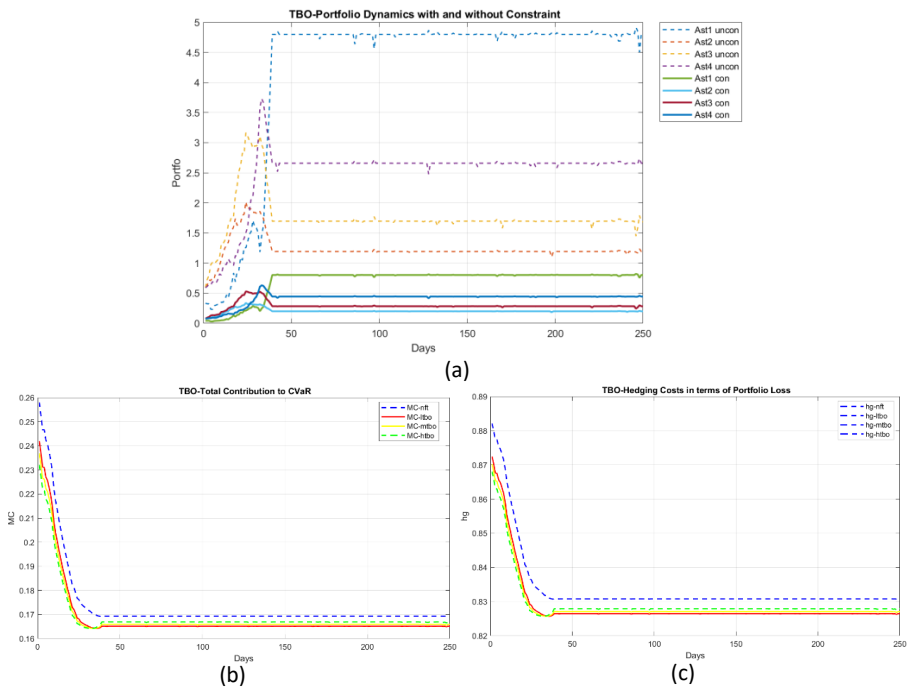


نمودارهای ۱-۲-دلالت‌های پویای تحدب مالیاتی برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

پنل a آشکارا موید اثرات مضر تحدب کد مالیاتی بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به بیان دیگر با افزایش نرخ مالیاتی محدب از سطوح پایین به متوسط و بالا، مشاهده می‌شود که سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود کد مالیاتی محدب کاهش خواهد یافت. (پنل a را در نمودار ۱-۱ با پنل a در نمودار ۱-۲ مقایسه نمایید.) پنل‌های b و c هریک به ترتیب کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود

سطوح مختلف کد مالیاتی محدب در مدل با یکدیگر مقایسه می‌کنند. هماهنگ با مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل بوضح موید بالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در ازای افزایش نرخ مالیاتی محدب در مدل می‌باشند.

پنل‌های a,b,c در نمودارهای ۱-۳ به ترتیب پرتفوی بهینه با و بدون محدویت بودجه ریسکی در شرایط وجود صرفا مالیات بربازده دارایی بدون ریسک، کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور مالیات بر دارایی بدون ریسک می‌باشند.

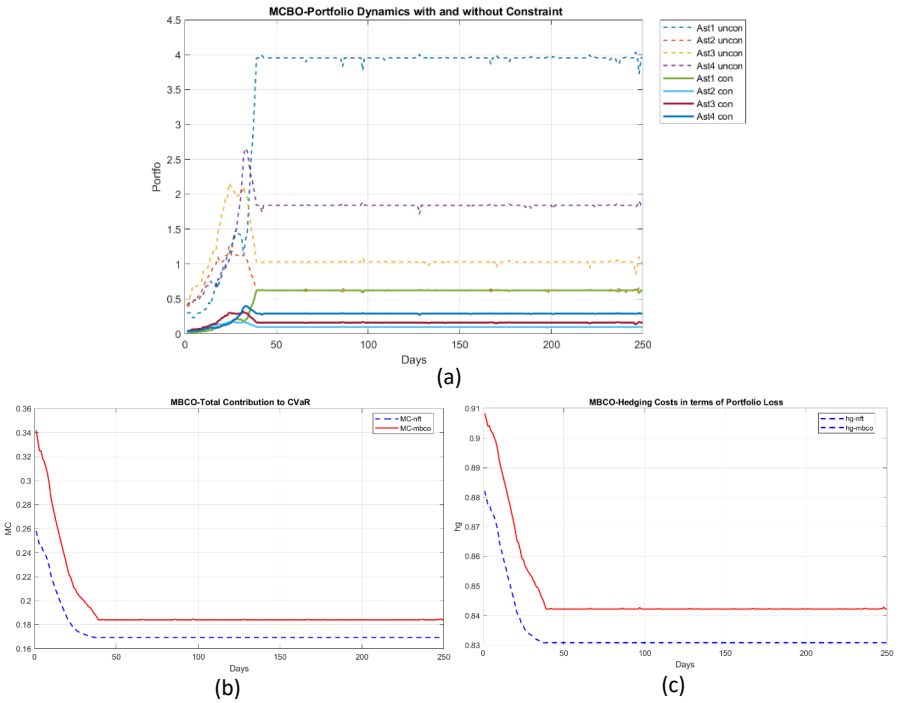


نمودارهای ۱-۳-دلالت‌های پویای مالیات بر دارایی بدون ریسک برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

پنل a نمایانگر نقش ارتقائ بخش مالیات بر دارایی بدون ریسک بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به دیگرسخن با افزایش میزان مالیات بر دارایی بدون

ریسک از سطوح پایین به متوسط و بالا، می‌توان افزایش سطح برتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود مالیات بر دارایی بدون ریسک را مشاهده نمود. (پنل a را در نمودار ۱-۱ با پنل a در نمودار ۱-۳ مقایسه نمایید.) پنل‌های b و c هریک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود سطوح مختلف مالیات بر دارایی بدون ریسک در مدل می‌پردازد. مشابه با مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل به‌وضح موید کاهش در کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در ازای افزایش نرخ مالیات بر دارایی بدون ریسک در مدل می‌باشند.

پنل‌های a,b,c مربوط به نمودار ۱-۴ به ترتیب پرتفوی بهینه با و بدون محدویت بودجه ریسکی در شرایط وجود همزمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، ومالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها، کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور همزمان هر سه آن مولفه‌ها درمدل را نمایش می‌دهند. پنل a آشکارا تاییدکننده اثرات در مجموع زیانبار همزمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، ومالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها بر هر دو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به بیان دیگر در شرایط وجود همزمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، ومالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها، کاهش سطح برتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود آن سه مولفه بطور همزمان خواهیم بود. (پنل a را در نمودار ۱-۱ با پنل a در نمودار ۱-۴ مقایسه نمایید.)

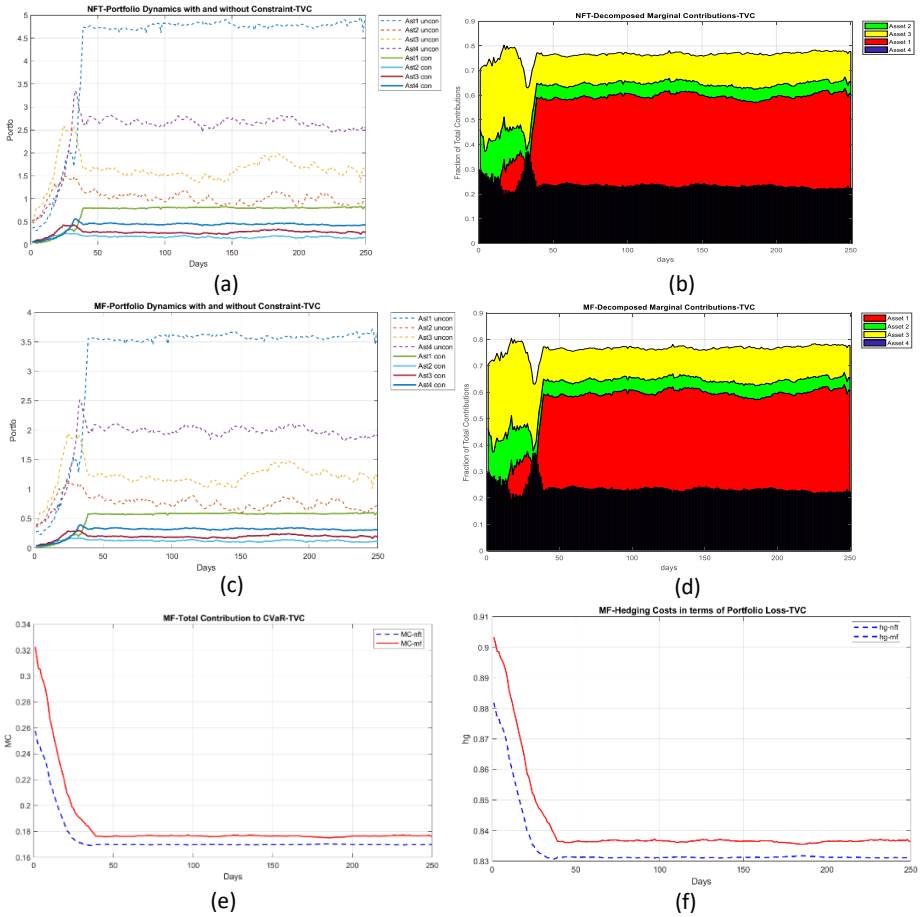


نمودارهای ۱-۴- دلالت‌های پویای اصطکاکات بازاری تحدب مالیاتی و مالیات بر دارایی بدون ریسک برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

پنل‌های b و c هریک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود همزمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، ومالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها، در مدل می‌پردازد. نتایج حاصل بوضح تاییدکننده بالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در ازای وجود همزمان اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، ومالیات بر نرخ بازده دارایی بدون ریسک در سطوح متوسط هر یک از آنها، در مدل می‌باشند.

پنل‌های a,b,c,d,e,f مربوط به نمودار ۲-۱ به ترتیب نمایش‌دهنده پرتفوی بهینه با و بدون محدویت بودجه ریسکی و مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در شرایط عدم حضور هریک از مالیات‌ها و اصطکاکات بازاری، پرتفوی بهینه با و بدون

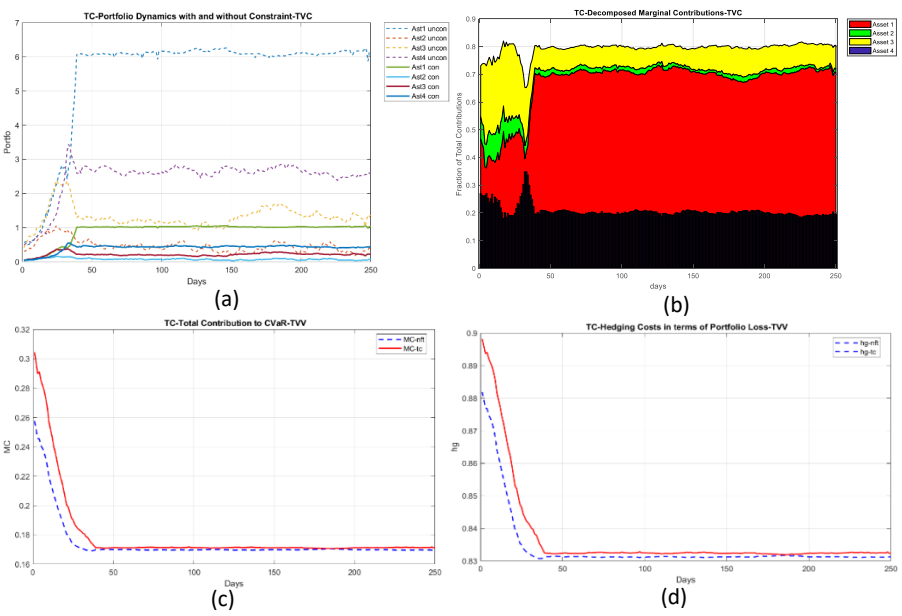
محدویت بودجه ریسکی و مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در شرایط وجود تنها اصطکاکات بازاری، و نیز کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور اصطکاکات بازاری وقتی که بازده دارایی‌های ریسکی دارای کوواریانس شرطی پویا هستند، می‌باشند.



نمودارهای ۲-۱-دلالت‌های پویای اصطکاکات بازاری برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

نکته در خور توجه در پنل a چگونگی تاثیرپذیری پرتفوی بهینه از لحاظ سازی محدودیت اجتناب از ریسک دنباله یا همان الزام به رعایت حداقل ارزش در معرض خطر مشروط که بطور برجسته‌ای کاهنده است، در این وضعیت می‌باشد. پنل b مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در طول دوره زمانی به نمایش می‌گذارد. پنل c بطور واضح موید اثرات مخرب اصطکاکات بازار بر هر دو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. بعبارت دیگر با افزایش ورود اصطکاکات بازاری، شاهد کاهش سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود اصطکاکات بازاری خواهیم بود. (پنل a را با پنل c مقایسه نمایید.) پنل d مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در طول دوره زمانی را هنگامیکه اصطکاک بازاری وجود دارد را به تصویر می‌کشد. این پنل قابل مقایسه با پنل b بوده و نمایان‌کننده چگونگی تاثیر اصطکاکات بازاری بر روی پویایی‌های مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های متشکل پرتفوی سرمایه‌گذار می‌باشند. پنل‌های e و f هر یک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود اصطکاکات بازاری در مدل می‌پردازد. در راستای مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل بوضوح حاکی ازبالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در نتیجه ورود اصطکاکات بازاری در مدل در شرایط کوواریانس شرطی پویای بازده دارایی‌های ریسکی می‌باشند.

پنل‌های a,b,c,d مربوط به نمودار ۲-۲ به ترتیب نشان‌دهنده پرتفوی بهینه با و بدون محدویت بودجه ریسکی و مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در شرایط وجود تنها کد مالیاتی محدب، و نیز کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور کد مالیاتی محدب هنگامی که بازده دارایی‌های ریسکی دارای کوواریانس شرطی پویا هستند، می‌باشند.

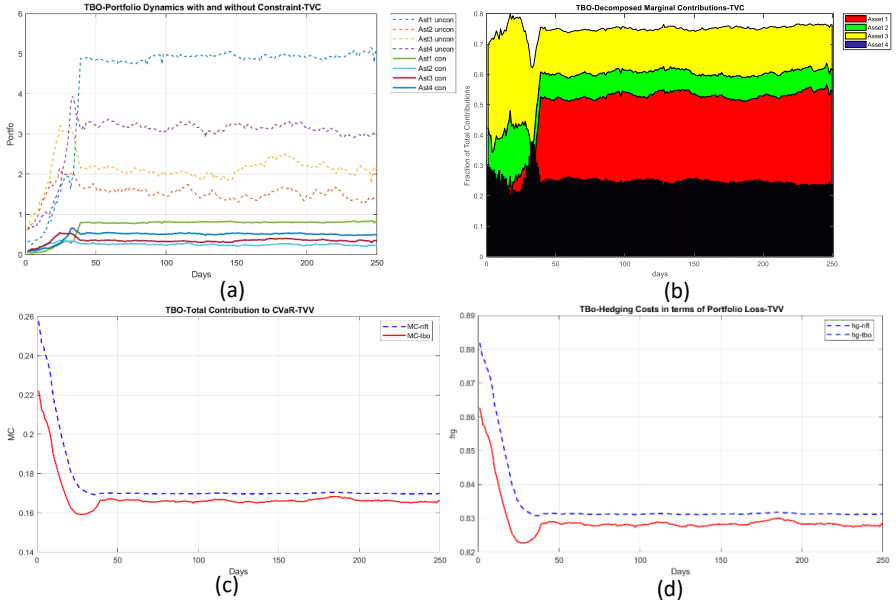


نمودارهای ۲-۲-دلالت‌های پویای تحدب مالیاتی برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

خصوصیت قابل ذکر در رابطه با پنل a بروز اثرات کاهنده کد مالیاتی محدب بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. بعبارت دیگر با افزایش نرخ مربوط به کد مالیاتی محدب، شاهد کاهش سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود کد مالیاتی محدب خواهیم بود. (پنل a در این نمودار را با پنل a در نمودار ۲-۱ مقایسه نمایید.) پنل b مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در طول دوره زمانی را به نمایش می‌گذارد. این پنل قابل مقایسه با پنل b در نمودار ۲-۱ بوده و نمایان‌کننده چگونگی تاثیر کد مالیاتی محدب بر روی پویایی‌های مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های متشکل پرتفوی سرمایه‌گذار می‌باشند. پنل‌های c و d هر یک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود کد مالیاتی محدب در مدل می‌پردازد. همسو با مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل بروشنی حاکی از بالا رفتن کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه

پوشش ریسک زیان دنباله در نتیجه ورود کد مالیاتی محدب در مدل در شرایط کوواریانس شرطی پویای بازده دارایی‌های ریسکی می‌باشند.

پنل‌های a,b,c,d مربوط به نمودار ۲-۳ به ترتیب نشان‌دهنده پرتفوی بهینه با و بدون محدویت بودجه ریسکی و مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در شرایط وجود تنها مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک، و نیز کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله با و بدون حضور مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک وقتی که بازده دارایی‌های ریسکی دارای کوواریانس شرطی پویا هستند، می‌باشند.

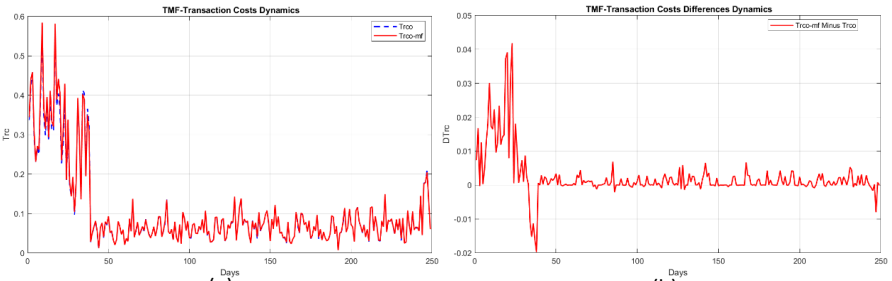


نمودارهای ۲-۳-دلالت‌های پویای مالیات بر دارایی بدون ریسک برای بودجه ریسکی و هزینه‌های پوشش ریسک

نکته قابل توجه در پنل a انعکاس اثرات بهبود بخش مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک بر هردو پرتفوی بهینه با و بدون محدودیت بودجه ریسکی سرمایه‌گذار است. به سخن دیگر با وضع مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک، شاهد ارتقائ سطح پرتفوی بهینه با و بدون حصاربندی در برابر ریسک زیان دنباله در مقایسه با وضعیت عدم وجود مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک خواهیم بود.

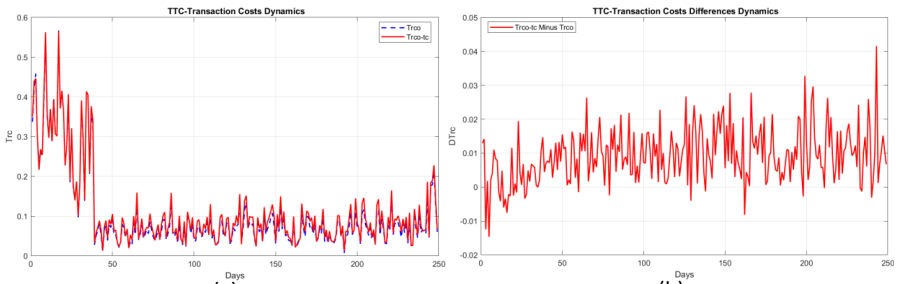
(پنل a در این نمودار را با پنل a در نمودار ۲-۱ مقایسه نمایید.) پنل b مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های ریسکی به ارزش در معرض خطر مشروط در طول دوره زمانی به تصویر می‌کشد. این پنل قابل مقایسه با پنل b در نمودار ۲-۱ بوده و نمایان‌کننده چگونگی تاثیر مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک بر روی پویایی‌های مساعدت نهایی هر کدام از دارایی‌های متشکل پرتفوی سرمایه‌گذار می‌باشند. پنل‌های c و d هریک به ترتیب به مقایسه کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در شرایط عدم وجود و وجود مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک در مدل می‌پردازد. همخوان با مباحث بخش نظری مدل، نتایج حاصل بوضوح حاکی ازکاهش کل مساعدت نهایی به ارزش در معرض خطر مشروط، و هزینه پوشش ریسک زیان دنباله در نتیجه ورود مالیات بر بازده دارایی بدون ریسک در مدل در شرایط کوواریانس شرطی پویای بازده دارایی‌های ریسکی می‌باشند.

نمودارهای ۳-۱ و ۳-۲ و ۳-۳ به ترتیب دلالت‌های هزینه‌های معاملاتی پویای مربوط به اصطکاکات بازاری، تحدب مالیاتی، و مالیات بر دارایی بدون ریسک را هنگام لحاظ‌سازی تبعات آنها برای بودجه ریسکی در تنظیم پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار نوعی را در مواردی از شبیه‌سازی به تصویر کشیده‌اند. پنل‌های a وضعیت هزینه‌های معاملاتی مربوط به شرایط وجود (خطوط ممتد) و عدم وجود (خطوط خط چین) هر یک از آن موارد را در طول زمان ترسیم می‌نمایند. پنل‌های b پویایی‌های اختلاف آنها را در هر لحظه از زمان برای دوره مورد بررسی نمایش می‌دهند. همانطور که مشهود است هر یک از موارد اصطکاکات بازاری و تحدب مالیاتی و مالیات بر دارایی بدون ریسک برخوردار از دلالت‌های متفاوتی در هر لحظه از زمان از نظر هزینه‌های معاملاتی بوده‌اند. بطور کلی این شبیه‌سازی‌ها حاکی از بالاتر بودن هزینه‌های معاملاتی بطور متوسط در موارد وجود اصطکاکات بازاری و تحدب مالیاتی می‌باشند. در مقابل شاهد کمتر بودن هزینه‌های معاملاتی متضمن در مورد وجود صرف مالیات بر دارایی بدون ریسک نسبت به شرایط عدم وجود آن بوده‌اند.



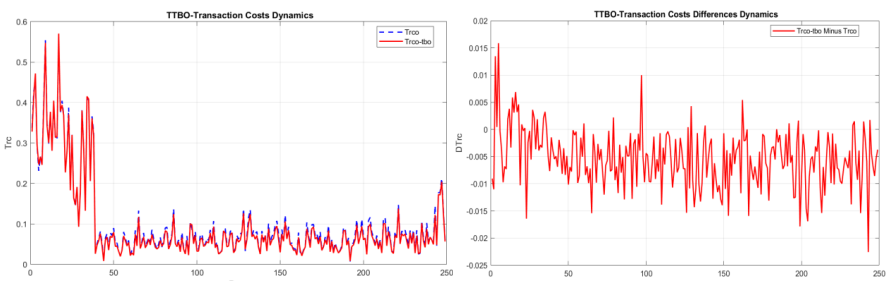
(a) (b)

نمودارهای ۳-۱-دلالت‌های پویای اصطکاکات بازاری برای هزینه معاملاتی



(a) (b)

نمودارهای ۳-۲-دلالت‌های پویای تحدب مالیاتی برای هزینه معاملاتی



(a) (b)

نمودارهای ۳-۳-دلالت‌های پویای مالیات بر دارایی بدون ریسک برای هزینه معاملاتی

۵- بحث و نتیجه‌گیری

نتایج نظری و شبیه‌سازی کمی مطالعه حاضر بوضوح بر اهمیت نقش تبعات اصطکاکات بازارهای مالی و تحدب کد مالیاتی و مالیات بر دارایی بدون ریسک برای مساعدت نهایی کل آنها به ارزش در معرض خطر مشروط و بدان سبب بودجه‌بندی ریسک پویا تاکید دارند. بعلاوه کیفیت و اهمیت تعاملات متقابل هریک از آنها در این فرایند از دستاوردهای مهم دیگر این مطالعه خصوصا برای مدیریت ریسک بهینه و تنظیم سیاست و مقررات با اختلالات احتمالی کمتر از سوی سیاست‌گذاران و مقررات‌گذاران ذیربط محسوب می‌گردند. بدون شک نادیده گرفتن این عوامل و ارتباطات آنها با یکدیگر می‌تواند هزینه‌های هنگفتی در سطح خرد و کلان اقتصادی در پی داشته باشد. با کسب بصیرت حاصل از این تحقیق و روشن‌سازی اهمیت موضوع در سطح خرد و کلان اقتصاد، گسترش این مطالعه در آینده در ابعاد مختلف برای محققین، سیاست‌گذاران، و ذینفعان اقتصادی به وضوح قابل تصور می‌باشد. بطور نمونه می‌توان این ملاحظات و ایده پایه‌ای مستتر در آن را به یک فضای تحلیلی تعادل عمومی پویای تصادفی بسط داده و بویژه به ارزیابی رفاهی متضمن در قالب سناریوهای مختلف در آن چارچوب پرداخت. همچنین می‌توان استدلالات و نتایج حاصل از این مطالعه را برای سایر معیارهای ریسکی مطرح در این حوزه بسط و تعمیم داد. بعلاوه یک حوزه بسیار جذاب و مهم برای تحقیقات آتی می‌تواند معطوف به گسترش فضای تحلیل کنونی به یک چارچوب متضمن بازارهای ناکامل[1] و پیگیری تبعات آن برای نتایج حاصل از مطالعه حاضر پرداخت. برخی از این ابعاد در حال حاضر از سوی مولف درحال پیگیری می‌باشند.

تقدیر و تشکر

نویسنده از حمایت و همکاری معنوی سردبیر محترم و داوران ناشناس پژوهشنامه اقتصاد و برنامه‌ریزی کمال تشکر را دارد.

ضمیمه

اثبات لم- تابع ارزش در این شرایط را بصورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V(t,w) = \max_{\Omega} \mathbb{E}_{t,w}\left[-e^{-\gamma W_T} - \Gamma_t(CVaR_\alpha(-w_T) - \overline{L})\right]$$

1. Incomplete Markets Setting

از آنجا معادله همیلتون-جاکوبی-بلمن HJB را بصورت زیر خواهیم داشت:

$$0 = \max_{\Omega_t}\left\{V_t + \Omega_t^T\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1]V_w + \frac{1}{2}(1-c^+)\Omega_t^T\sum_t\sum_t^T\Omega_t V_{ww} - \Gamma_t\vartheta(\Omega_t, w)\right\}$$

که در آن تابع $\vartheta(.)$ بیانگرمساعدت هر یک از دارایی‌های ریسکی درون پرتفوی سرمایه‌گذاران به CVaR پرتفوی در هر لحظه از زمان می‌باشد. همچنین V_w و V_{ww} به ترتیب مشتقات مرتبه اول و مرتبه دوم تابع ارزش نسبت به ثروت سرمایه‌گذار و V_t مشتق تابع ارزش نسبت به زمان است.

شرایط مرتبه اول این بهینه‌سازی به فرض قابل دیفرانسیل‌گیری بودن تابع $\vartheta(.)$ بصورت زیر خواهد بود:

$$\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1]V_w + (1-c^+)\sum_t\sum_t^T\Omega_t V_{ww} - \Gamma_t\nabla_{\Omega_t}\vartheta(\Omega_t, w) = 0 \qquad (1\text{-A})$$

که با توجه به CVaR پرتفوی و با فرض قطعی مثبت در نظر گرفتن ماتریس: $\Omega_t^T\Sigma_t\Sigma_t^T\Omega_t$، در آن داریم:

$$\nabla_{\Omega_t}\vartheta(\Omega_t, w) = \frac{\partial}{\partial\Omega_t}CVaR_\alpha(-w_T) \qquad (2\text{-A})$$
$$\propto \left\{-\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1]T + \frac{\varphi(F^{-1}(\alpha))}{(1-\alpha)}(1-c^+)(\sum_t\sum_t^T)^{\frac{1}{2}}\sqrt{T}\right\}$$

که این دقیقا همان رابطه (۷) در متن مقاله می‌باشد. حال چنانچه بردار گرادیانت را متناسب با V_w در نظرگرفته و با جایگزاری بجای آن در رابطه (۲) و حل آن برای Ω_t خواهیم داشت:

$$\Omega_t^* = -\frac{V_w}{(1-c^+)V_{ww}}\left(\sum_t\sum_t^T\right)^{-1}\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1]$$
$$+\frac{V_w}{(1-c^+)V_{ww}}\left(\sum_t\sum_t^T\right)^{-1}\Gamma_t\left\{-\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1]T \qquad (3\text{-A})\right.$$
$$\left.+\frac{\varphi(F^{-1}(\alpha))}{(1-\alpha)}(1-c^+)(\sum_t\sum_t^T)^{\frac{1}{2}}\sqrt{T}\right\}$$

که با مرتب کردن مجدد آن می‌توان نوشت:

$$\Omega_t^* = -\frac{V_w}{(1-c^+)V_{ww}}\left(\sum_t\sum_t^T\right)^{-1}\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1]\left\{1 \qquad (4\text{-A})\right.$$
$$\left.-T\Gamma_t\left[(\delta[(1-c)\mu_t - (1-h)r_t 1]T)^{-1}\frac{\varphi(F^{-1}(\alpha))}{(1-\alpha)}(1-c^+)(\sum_t\sum_t^T)^{\frac{1}{2}}\sqrt{T} - 1\right]\right\}$$

جمله دوم درون کروشه اشاره به بودجه ریسکی می‌نماید. همینطور دقت کنید جمله ضریبی

سمت چپ کروشه نشان‌دهنده پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار در شرایط عدم وجود محدودیت CVaR و وجود اصطکاکات بازاری، کد مالیاتی محدب، و وضع مالیات بر باندهای بدون ریسک می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود در صورت الزام‌آور بودن محدودیت CVaR، بودجه ریسکی سبب کاهش در پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار خواهد شد. QED

اثبات گزاره ۱- رابطه (۷) در لم را در نظر بگیرید. از آنجا مشخص است که داریم:

$$MC_{\delta} = \frac{\partial}{\partial \delta} \nabla_{\Omega_t} \vartheta(\Omega_t, w) < 0 \qquad \text{QED}$$

اثبات گزاره ۲- رابطه (۷) در لم را در نظر بگیرید. از آنجا مشخص است که داریم:

$$MC_{c} = \frac{\partial}{\partial c} \nabla_{\Omega_t} \vartheta(\Omega_t, w) > 0 \qquad \text{QED}$$

اثبات گزاره ۳- رابطه (۷) در لم را در نظر بگیرید. از آنجا مشخص است که داریم:

$$MC_{h} = \frac{\partial}{\partial h} \nabla_{\Omega_t} \vartheta(\Omega_t, w) < 0 \qquad \text{QED}$$

اثبات نتایج تبعی- در ادامه برای حفظ سادگی ارائه اثبات‌ها، کلیه انها را برای وضعیت وجود تنها یک دارایی ریسکی انجام خواهیم داد. بدیهی است که نتایج اثبات‌های صورت گرفته بسهولت قابل تعمیم به وضعیت وجود چندین دارایی ریسکی در فضای برداری خواهد بود. بدین منظور جزء مربوط به مساعدت نهایی هریک از دارایی‌های ریسکی درون پرتفوی سرمایه‌گذاران به CVaR پرتفوی بهینه در رابطه (۴) ضمیمه مندرج در اثبات لم، برای وجود تنها یک دارایی ریسکی که یک فرایند براونی هندسی[1] را دنبال می‌کند و یک دارایی بدون ریسک، را بصورت رابطه (۵) ضمیمه در نظر می‌گیریم.

$$MC_{\alpha} = \frac{\left((1-c^{+})\sigma\sqrt{T}\varphi(F^{-1}(\alpha))\right)}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu-(1-h)r]T} \qquad (5\text{-A})$$

اثبات نتیجه تبعی ۱- از رابطه (۵) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۶)-(۸) ضمیمه:

$$\frac{\partial}{\partial \delta} MC_{\alpha} = -\frac{\left((1-c^{+})\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta^{2}[(1-c)\mu-(1-h)r]T} < 0 \qquad (6\text{-A})$$

$$\frac{\partial^{2}}{\partial \delta^{2}} MC_{\alpha} = \frac{2\left((1-c^{+})\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta^{3}[(1-c)\mu-(1-h)r]T} > 0 \qquad (7\text{-A})$$

$$\frac{\partial^{3}}{\partial \delta^{3}} MC_{\alpha} = -\frac{6\left((1-c^{+})\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta^{4}[(1-c)\mu-(1-h)r_t]T} < 0 \qquad (8\text{-A})$$

QED

1. Geometric Brownian Process

اثبات نتیجه تبعی ۲- از رابطه (۵) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۹)-(۱۱) ضمیمه:

$$\frac{\partial}{\partial c}MC_\alpha = \frac{\left(\mu_t(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu-(1-h)r_t]^2T} > 0 \quad (9\text{-A})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial c^2}MC_\alpha = \frac{2\left(\mu(1-h)r\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu-(1-h)r]^3T} > 0 \quad (10\text{-A})$$

$$\frac{\partial^3}{\partial c^3}MC_\alpha = -\frac{6\left(\mu^2(1-h)r\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu-(1-h)r]^4T} > 0 \quad (11\text{-A})$$

QED

اثبات نتیجه تبعی ۳- از رابطه (۵) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۱۲)-(۱۴) ضمیمه:

$$\frac{\partial}{\partial h}MC_\alpha = -\frac{\left(r(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu-(1-h)r]^2T} < 0 \quad (12\text{-A})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial h^2}MC_\alpha = \frac{2\left(r^2(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu-(1-h)r]^3T} > 0 \quad (13\text{-A})$$

$$\frac{\partial^3}{\partial h^3}MC_\alpha = -\frac{6\left(r^3(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu-(1-h)r]^4T} < 0 \quad (14\text{-A})$$

QED

اثبات نتیجه تبعی ۴- از رابطه (۶) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۱۵)-(۱۶) ضمیمه:

$$\frac{\partial^2}{\partial\delta\partial c}MC_\alpha = -\frac{\left(r(1-h)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta^2[(1-c)\mu-(1-h)r]^2T} < 0 \quad (15\text{-A})$$

(16-A)

$$\frac{\partial^2}{\partial\delta\partial h}MC_\alpha = \frac{\left(r(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta^2[(1-c)\mu-(1-h)r]^2T} > 0$$

QED

اثبات نتیجه تبعی ۵- از رابطه (۹) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۱۷)-(۱۸) ضمیمه:

$$\frac{\partial^2}{\partial c\partial\delta}MC_\alpha = -\frac{\left(r(1-h)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta^2[(1-c)\mu-(1-h)r]^2T} < 0 \quad (17\text{-A})$$

(18-A)

$$\frac{\partial^2}{\partial c \partial h} MC_\alpha = \frac{\left(-(1-c)\mu + 3r(1-h)\right)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu-(1-h)r]^3 T} \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} 0 \qquad \text{QED}$$

اثبات نتیجه تبعی۶- از رابطه (۱۲) ضمیمه می‌توان نشان داد که با توجه به ارزش‌های قابل قبول برای δ و c و h خواهیم داشت روابط (۱۹)-(۲۰) ضمیمه:

$$\frac{\partial^2}{\partial h \partial \delta} MC_\alpha = \frac{\left(r(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta^2[(1-c)\mu-(1-h)r]^2 T} > 0 \qquad \text{(19-A)}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial h \partial c} MC_\alpha = -\frac{\left(2\mu r(1-c^+)\sigma\sqrt{T}\varphi\left(F^{-1}(\alpha)\right)\right)}{(1-\alpha)\delta[(1-c)\mu-(1-h)r]^3 T} < 0 \qquad \text{(20-A)}$$

QED

منابع

Ahn, D. H., Boudoukh, J., Richardson, M., & Whitelaw, R. F. (1999). Optimal risk management using options. *The Journal of Finance*, 54(1), 359-375. https://doi.org/10.1111/0022-1082.00108

Ai, H., Li, J. E., Li, K., & Schlag, C. (2020). The collateralizability premium. *The Review of Financial Studies*, 33(12), 5821-5855. https://doi.org/10.1093/rfs/hhaa063

Becker, M., & Löffler, A. (2024). Arbitrage and non-linear taxes. *Review of Managerial Science*, 18(12), 3487-3514. https://doi.org/10.1007/s11846-023-00721-1

Campbell, R., Huisman, R., & Koedijk, K. (2001). Optimal portfolio selection in a Value-at-Risk framework. *Journal of Banking & Finance*, 25(9), 1789-1804. https://doi.org/10.1016/S0378-4266(00)00160-6

Cetingoz, A. R., Fermanian, J. D., & Guéant, O. (2022). Stochastic Algorithms for Advanced Risk Budgeting (No. hal-03857964). HAL.

Dou, W. W., Fang, X., Lo, A. W., & Uhlig, H. (2023). Macro-finance models with nonlinear dynamics. *Annual Review of Financial Economics*, 15(1), 407-432. https://doi.org/10.1146/annurev-financial-110921-112053

Graham, J. R., & Smith, C. W. (1999). Tax incentives to hedge. *The Journal of Finance*, 54(6), 2241-2262. https://doi.org/10.1111/0022-1082.00187

Horan, S. M. (2007). Applying after-tax asset allocation. *The Journal of Wealth Management*, 10(2), 84. https://doi.org/10.3905/jwm.2007.690951

Lei, A. C., Yick, M. H., & Lam, K. S. (2013). Does tax convexity matter for risk? A dynamic study of tax asymmetry and equity beta. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 41(1), 131-147. https://doi.org/10.1007/s11156-012-0303-2

Lei, A. C., Yick, M. H., & Lam, K. S. (2014). The effects of tax convexity on default and investment decisions. *Applied Economics*, 46(11), 1267-1278. https://doi.org/10.1080/00036846.2013.870653

Leibowitz, M. L., & Kogelman, S. (1991). *Asset allocation under shortfall constraints. Risk*, 3(2), 5. https://doi.org/10.3905/jpm.1991.409309

Maillard S, Roncalli T, Teıletche J (2010). On the properties of equally weighted risk contribution portfolios.*The Journal of Portfolio Management* 36(4):60–70. https://doi.org/10.3905/jpm.2010.36.4.060
Merton, R. (1969). Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous-time case. *Review of Economics and Statistics* 51 (3), 247–25 https://doi.org/10.2307/1926560
Merton, R. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. *Journal of Economic Theory* 3, 373–413. (Cited on page 2) https://doi.org/10.1016/0022-0531(71)90038-X
Mossin, J. (1968). Optimal multi-period portfolio policies. *Journal of Business* 41 (2), 215–229. https://doi.org/10.1086/295078
Pesenti, S. M., Jaimungal, S., Saporito, Y. F., & Targino, R. S. (2025). Risk budgeting allocation for dynamic risk measures. *Operations Research*, 73(3), 1208-1229., Cornel University, arXiv:2305.11319 and SSRN.4452742 https://doi.org/10.1287/opre.2023.0299
Qian E (2005). Risk parity portfolios: Efficient portfolios through true diversification. Panagora Asset Management.
Qian E (2011). Risk parity and diversification. *The Journal of Investing* 20(1):119–127 https://doi.org/10.3905/joi.2011.20.1.119
Reichenstein, W. (2001). Rethinking the Family's Asset Allocation. *Journal of Financial Planning*, 14(5).
Richard, J. C., & Roncalli, T. (2019). Constrained risk budgeting portfolios: Theory, algorithms, applications & puzzles. arXiv preprint arXiv:1902.05710. https://doi.org/10.2139/ssrn.3331184
Roncalli, T. (2013). Introduction to risk parity and budgeting. CRC press. https://doi.org/10.2139/ssrn.2272973
Roncalli, T., & Weisang, G. (2016). Risk parity portfolios with risk factors. *Quantitative Finance,* 16(3), 377-388. https://doi.org/10.1080/14697688.2015.1046907
Rongju Zhang & Nicolas Langren'e & Yu Tian & Zili Zhu & Fima Klebaner & Kais Hamza, 2016. "Dynamic portfolio optimization with liquidity cost and market impact: a simulation-and-regression approach," Papers 1610.07694, arXiv.org, revised Jun 2019.
Roy, A. D. (1952). Safety first and the holding of assets. Econometrica: *Journal of the econometric society*, 431-449. https://doi.org/10.2307/1907413
Samuelson, P. (1969). Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming. *Review of Economics and Statistics* 51, 239–46 https://doi.org/10.2307/1926559
Sarkar, S. (2008). Can tax convexity be ignored in corporate financing decisions?. *Journal of Banking & Finance*, 32(7), 1310-1321. https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2007.11.007
Smith, C. W., & Stulz, R. M. (1985). The determinants of firms' hedging policies. *Journal of financial and quantitative analysis*, 20(4), 391-405. https://doi.org/10.2307/2330757
Strassberger, M. (2006). Capital Requirement, Portfolio Risk Insurance, and Dynamic Risk Budgeting. Investment Management and Financial Innovations https://doi.org/10.2139/ssrn.672302
Unger, A. (2014). The use of risk budgets in portfolio optimization. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-658-07259-9

نحوه ارجاع به مقاله:

فقهی کاشانی، محمد؛ (۱۴۰۴). دلالت‌های اصطکاکات بازار مالی و تحدب کد مالیاتی برای بودجه‌بندی ریسک پویا. *پژوهشنامه اقتصاد و برنامه‌ریزی*، ۳۰(۳)، ۳۵-۳.

Feghhi Kashani, M. (2025). Financial Market Frictions and Tax Code Convexity Implications for Dynamic Risk Budgeting. *Economic and Planning Research*, 30(3). 3-35. DOI: https://doi.org/10.52547/eprj.30.3.3

Copyrights:

Copyright for this article is retained by the author(s), with publication rights granted to Planning and Budgeting. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://Creativecommons.org/licenses/by/4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.